

Применение S - технологии для решения задач линейного программирования на многопроцессорных системах с массовым параллелизмом

Ю.С. Асфандиярова, И.М. Соколинская

Asfandiyarova@list.ru, isok@csu.ru

Южно-Уральский Государственный Университет

Постановка задачи

Пусть L - задача линейного программирования, L^* - двойственная к ней.

$$L: \max \{ (c, x) \mid Ax \leq b, x \geq 0 \},$$

$$L^*: \min \{ (b, u) \mid A^T u \geq c, u \geq 0 \},$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_m \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{pmatrix}.$$

S - технология

Обозначим i -ю строку матрицы A как a_i , а j -й столбец как a^j . Алгоритм S-технологии заключается в циклическом применении следующих отображений:

$$\tilde{x} = \varphi_1(x) = x - (\lambda_1 / \delta_1) \sum_{i=1}^m l_i^+(x) a_i, \quad \text{где } \delta_1 = \sum_{i=1}^m \|a_i\|^2 \text{ и } l_i^+(x) = \max\{(a_i, x) - b_i, 0\} \quad (1)$$

$$\tilde{u} = \varphi_2(u) = u + (\lambda_2 / \delta_2) \sum_{j=1}^n h_j^+(u) a^j, \quad \text{где } \delta_2 = \sum_{j=1}^n \|a^j\|^2 \text{ и } h_j^+(u) = \max\{c_j - (a^j, u), 0\} \quad (2)$$

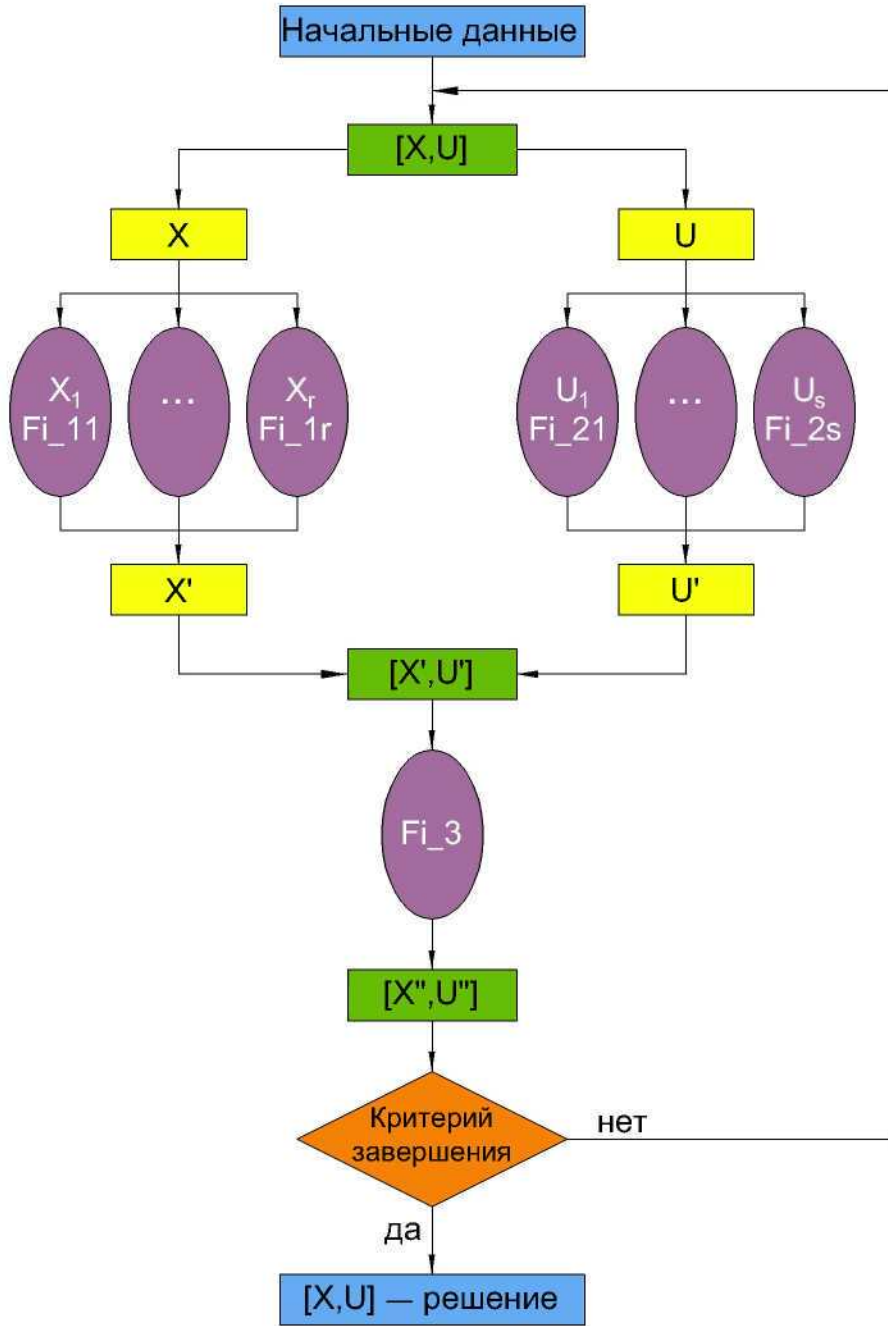
$$\varphi_3(\tilde{x}, \tilde{u}) = [\tilde{x}, \tilde{u}] - \frac{(c, \tilde{x}) - (b, \tilde{u})}{\|c\|^2 + \|b\|^2} [c, -b] \quad (3)$$

Параметры $\lambda_1, \lambda_2 \in (0, 2)$ задают коэффициенты релаксации.

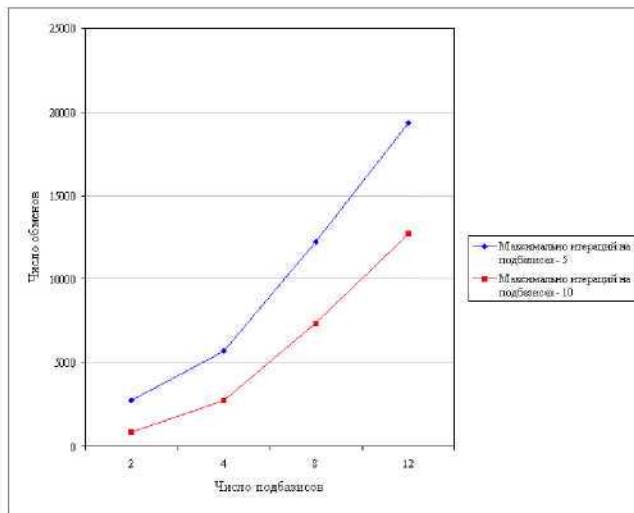
φ_1, φ_2 - фейеровские отображения,
 φ_3 - проектирование на гиперплоскость.

Особенность алгоритма заключается в том, что исходные векторы x и u разбиваются на подвекторы $x = [x_1, x_2, \dots, x_r]$ и $u = [u_1, u_2, \dots, u_s]$, соответствующие подбазисам пространств R^{n_1} и R^m .

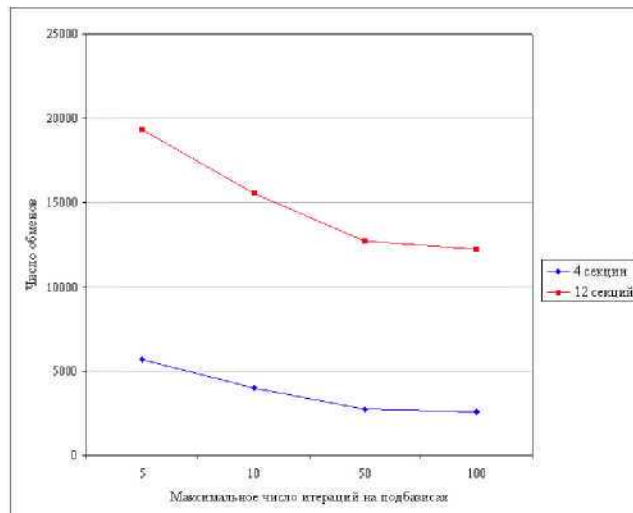
В соответствии с алгоритмом, решение исходной задачи линейного программирования получается в результате выполнения итерационного процесса, в ходе которого циклически вычисляются значения последовательности $\{[x_k, u_k]\}$.



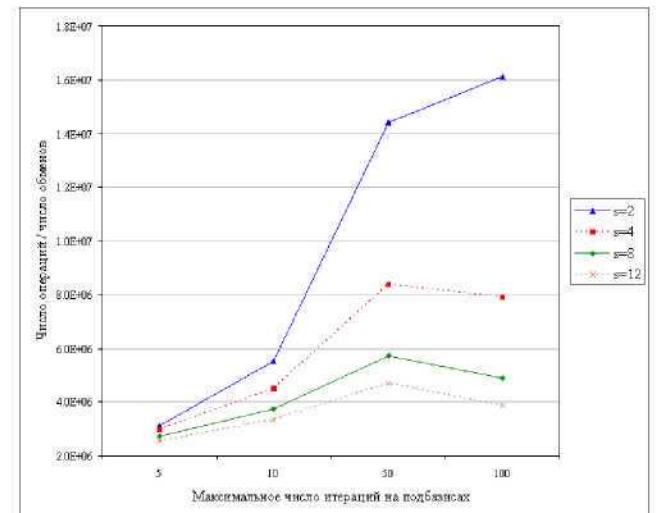
Параллельный алгоритм решения задачи линейного программирования на основе S - технологии



Зависимость числа обменов от числа подбазисов



Зависимость числа обменов от максимального числа итераций на подбазисах



Зависимость отношения числа операций к числу обменов от параметров алгоритма