Моделирование образования протопланет в околозвездном диске на суперкомпьютерах с распределенной памятью*

Т.В. Маркелова, В.Н. Снытников

Институт катализа им. Г.К. Борескова СО РАН

Разработан параллельный код для решения одной из актуальных задач астрофизики - образования крупных тел в массивном газо-пылевом околозвездном диске. Проведены численные эксперименты, показывающие динамику роста твердых тел, а также изменение их тепловой энергии во времени. Изучено влияние изменения спектра масс на возникновение гравитационной неустойчивости в диске. Применение суперкомпьютера позволило существенно увеличить численное разрешение.

1. Введение

За последние 20 лет найдено около 550 звезд с планетами и имеется еще 1790 кандидатов в подобные звезды. На сегодняшний день поиски таких звезд продолжаются. Хотя и существуют несколько конкурирующих гипотез, ответ на вопрос, каким образом сформировались твердые планеты, остается актуальным.

Для отдельной планетарной системы мы наблюдательно видим лишь краткое мгновение в, примерно, 100 миллионлетней общей истории зарождения. Поэтому воспроизвести основные этапы формирования звезд с планетами можно методами математического моделирования.

Энеевым Т.М. и Козловым Н.Н. была предложена “капельная” модель образования планет [1, 2]. В основу модели положены упрощающие предположения: масса тел много меньше массы центрального тела и рассматривались только парные столкновения сгустков из тел, движущихся по одной траектории. Эти сгустки представляют собой эффективные тела. Радиус эффективного тела значительно больше, чем радиус физического отдельного тела.

Модель Энеева хорошо подходит для роя первичных тел с зародышами планет, т.е. для последней стадии эволюции протопланетного диска. Для расчетов массивного диска в модели Энеева-Козлова необходимо дополнительно учитывать динамику газа. В этом случае могут изучаться гравитационная неустойчивость и другие коллективные процессы, влияющие на дальнейшую эволюцию диска, а также рассчитываться величины тепловой энергии новых тел. На начальном этапе создания модели мы пренебрегли моментами вращения твердых тел. Однако в столкновениях проводится расчет величины тепловой энергии тел.

2. Математическая постановка задачи

Эволюцию газо-пылевого протопланетного диска можно описать с помощью системы уравнений, приведенной ниже.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{u}\frac{\partial f}{\partial \vec{x}} + \vec{a}\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = St(f), \\ &\vec{a} = -\nabla\Phi, \quad \sigma_{par} = \int f d\vec{u}\, dz. \end{aligned} \tag{1}$$

Где $f(t,r,u,m)$ — одночастичная функция распределения по координатам r, скоростям u и массам m, а $St(f)$ — член, через который учитываются неупругие столкновения.

*Работа была поддержана интеграционным проектом СО РАН (координатор ак. Михайленко Б.Г.), программами Президиума РАН (№ 21, 22, 28).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma}{\partial t} + div(\sigma \vec{v}) = 0, \\ \sigma \dfrac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \sigma(\vec{v}, \nabla)\vec{v} = -\nabla p^* - \sigma \nabla \Phi, \\ p^* = C\sigma_{gas}^{\gamma}, \quad \sigma_{gas} = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_{gas} dz; \end{cases} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &\Phi = \Phi_1 + \Phi_2, \Phi_1 = -\frac{M_c}{r}, \\ &\Delta\Phi_2 = 0, \Phi_2 \xrightarrow[r \to \infty]{} 0, \end{aligned} \tag{3}$$

Где p^* — поверхностное давление газа, давление является функцией от плотности газа, v – скорость газа,σ — поверхностная плотность газа, γ – показатель адиабаты, Φ — суммарный гравитационный потенциал центрального тела и газо-пылевого диска.

Уравнение Больцмана (1) описывает движение частиц пыли в диске с учетом парных неупругих столкновений. Для моделирования газовой динамики взята система (2), описывающая динамику газового диска в экваториальной плоскости. Уравнение (3) описывает самосогласованное гравитационное поле газа, твердой фазы и центрального тела.

Система уравнений была решена методом расщепления по физическим процессам, причем первое уравнение (1) расщепляется на два: уравнение Власова и уравнение Смолуховского (4). Бесстолкновительная модель, содержащая только уравнение Власова и уравнения (2)-(3), подробно описана в работе [3]. Уравнение Смолуховского (4) описывает процесс слияния частиц.

$$\frac{df(m_1,t)}{dt} = \frac{1}{2}\int_0^{m_1} \Phi(m_1 - m, m) f(m_1 - m, t) dm - f(m_1,t)\int_0^{\infty} \Phi(m_1, m) f(m,t) dm, \tag{4}$$

где f — функция распределения частиц, $f(m,t)dm$ — средняя концентрация частиц физической системы, массы которых в момент времени t лежат в интервале $(m,m+dm)$. Ядро $\Phi(m_1,m_2)$ уравнения Смолуховского считается известной функцией слияния частиц с массами m_1 и m_2, а ее численное значение пропорционально частоте слияния таких частиц в единице объема системы, то есть величине, обратной среднему времени жизни частиц с указанными массами. Конкретный вид ядра Φ получается на основании анализа явлений, обуславливающих взаимодействие частиц моделируемой физической системы.

Начальное распределение плотности частиц и газа отвечает модели твердотельного вращения:

$$\sigma_{par,gas}(r) = \begin{cases} \dfrac{3M_{par,gas}}{2\pi R^2}\sqrt{1-\left(\dfrac{r}{R}\right)^2}, r < R, \\ 0, \quad r \geq R. \end{cases}$$

Начальные скорости частиц определяются максвелловским распределением. Объемная плотность среды вне бесконечно тонкого диска равна нулю. На самом диске происходит разрыв нормальной производной потенциала, который позволяет получить граничное условие:

$$\frac{v_\varphi^2}{r} = \frac{1}{\rho(r)}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad v_r = 0,$$

$\dfrac{u_\varphi'^2}{r} = \dfrac{\partial \Phi}{\partial r}, u_r' = 0.$ $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{u}''$, где $\vec{u}'$- регулярная скорость частиц, $\vec{u}''$ - хаотическая.

$$\Phi_2(r) = -\frac{M_{par} + M_{gas}}{r} - \frac{1}{r^3}\left(I_x + I_y + I_z - 3I_0\right)$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_2}{\partial z}\right|_{z=0} = 2\pi(\sigma_{par} + \sigma_{gas})$$

Чтобы получить безразмерные переменные, в качестве основных характерных параметров выбраны диаметр диска $R_0 = 10^{10}$ км, масса протозвезды $M_0 = 2*10^{30}$ кг, гравитационная постоянная $G = 6.672*10^{-11}$ Н*м²/кг². Соответствующие характерные величины скорости частиц (V_0), времени (t_0), потенциала (Φ_0) и поверхностной плотности (σ_0) записаны как $V_0 = \sqrt{GM_0 / R_0}$, $t_0 = R_0/V_0$, $\Phi_0 = V_0^2 = GM_0/R_0$, $\sigma_0 = M_0/R_0^2$.

В качестве вспомогательных параметров задаются радиус $r_{\max}$ и высота $z_{\max}$ расчетной области, имеющей форму цилиндра; радиус диска R, его масса, дисперсия радиального разброса частиц по скоростям (при задании функции нормального распределения по скоростям). Кроме того, задаются временной шаг τ, количество временных шагов, полное число модельных частиц, итерационный и другие "технические" параметры.

3. Численные методы

На каждом шаге по времени последовательно решаются все уравнения системы. Уравнения Власова и газовой динамики решаются в полярных координатах. Уравнение Пуассона (3) — в цилиндрической области. Для моделирования слияний частиц введена отдельная расчетная сетка в декартовых координатах. Для решения кинетического уравнения Власова используется метод частиц в ячейках. В начальный момент времени модельные частицы одинаковой массы размещаются в области решения так, чтобы их количество было пропорционально плотности в ней и ее размеру. Частицы имеют скорость, равную скорости вещества в соответствующей точке. Для решения газодинамических уравнений использован метод крупных частиц Белоцерковского-Давыдова. Этот метод наиболее хорошо согласуется с методом частиц для решения уравнения Власова-Лиувилля и позволяет отслеживать границы газ-вакуум. Для решения уравнения Пуассона используется комбинированная схема с преобразованием Фурье по углу, последовательной верхней релаксацией по радиусу и прогонками по z. Применяемые методы описаны в работе [3]. Уравнение Смолуховского решалось методом прямого моделирования [5]. По модели неупругих столкновений могут слипаться частицы, лежащие в одной ячейке расчетной области. Размер ячейки для неупругих столкновений является входным параметром модели.

4. Параллельная реализация программы

При тестировании метода прямого моделирования столкновений установлено, что для погрешности вычислений менее 2 %, необходимо более 1000 частиц в ячейке. Для сетки 500x512 в плоскости диска для расчетов на персональной ЭВМ максимальное число частиц составляет примерно 10^7. При таких параметрах в одной ячейке находится около 800 частиц, что недостаточно для расчета неупругих столкновений. Чтобы увеличить число частиц, а так же сократить время расчета, необходимо использовать суперкомпьютеры.

Так как доля машинного времени, которая приходится на расчет газовой компоненты, невелика (около 1%), он выполняется на каждом из процессоров. Параллельная реализация решения уравнения Пуассона (3) осуществляется через распределение по процессорам гармоник потенциала, полученных в результате дискретного преобразования Фурье. Основная проблема, создать эффективный параллельный алгоритм для расчета столкновений частиц. В каждой ячейке расчет производится автономно, но для этого все частицы ячейки должны находиться на одном процессоре. Поэтому для решения уравнения Власова и уравнения Смолуховского (4) применяется эйлерова декомпозиция области. После вычисления координат частиц требуется пересылка массивов плотности, а также обмен частицами, которые переместились в другие ячейки, между процессорами. На каждом шаге необходимо определять пересылаемые частицы. Для этого разработан алгоритм неполной сортировки массивов [4].

Алгоритмы были реализованы с использованием библиотеки MPI для ЭВМ с распределенной памятью. Расчеты проводились на базе Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН и на кластерах ИК СО РАН.

5. Численные эксперименты

Для тестовых расчетов был выбран такой набор параметров, при которых в диске образуются сгущения в виде концентрических колец плотности. Были проведены тестовые расчеты с учетом неупругих столкновений и без учета. Начальные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1. Начальные безразмерные параметры для расчета

Шаг по времени	0.00025	Радиус расчетной области	4.0
Радиус диска частиц	2.0	Масса частиц	0.01
Радиальная дисперсия частиц	0.1	Радиус газового диска	2.0
Масса газа	0.5	Давление в центре	0.001
Показатель адиабаты	1	Коэффициент трения	0.1
Начальная масса звезды	1.0	Начальное число частиц	10^8
Сетка в цилиндрических координатах	500x512x500	Сетка для столкновений	100x100

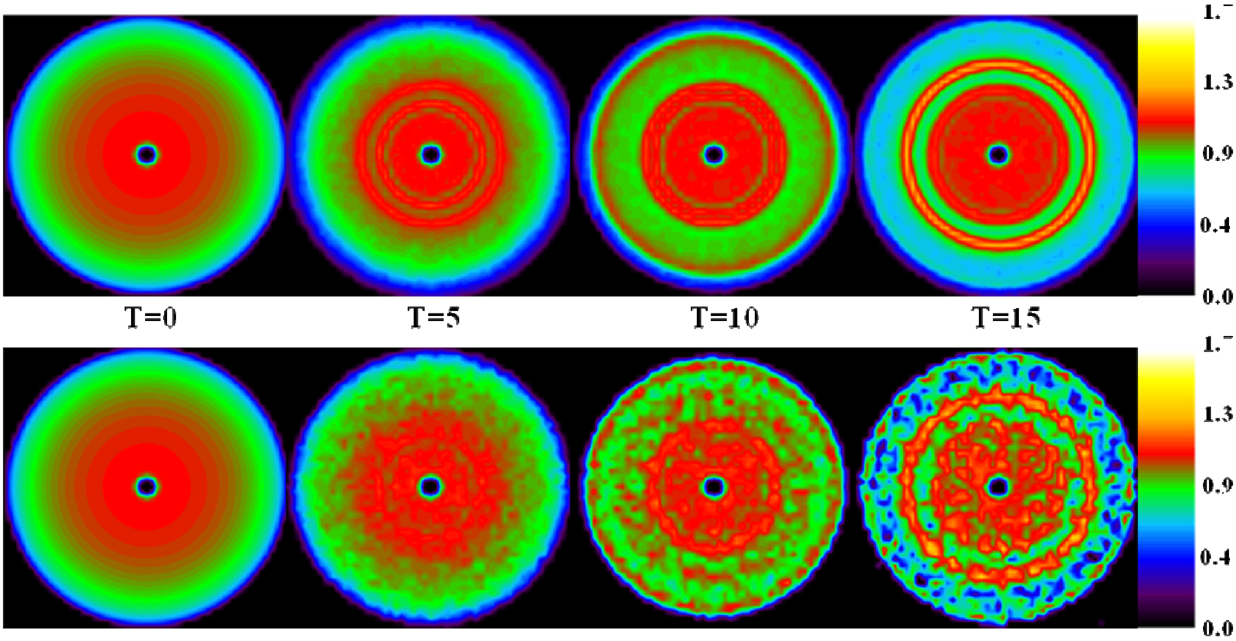

Рис. 1. Логарифм плотности частиц без учета (верхний ряд) и с учетом неупругих столкновений (нижний ряд) в безразмерных единицах

В три момента времени через равные интервалы сравнивалась плотность пылевой компоненты (рис. 1), а также в определенные моменты времени сравнивалась плотность вдоль оси Ox. Время T=5 в безразмерных единицах соответствует одному обороту диска вокруг оси по начальному заданию расчетных параметров. Как видно из рис. 1, в момент времени T=5 в пылевом диске образовались два кольца плотности, которые в дальнейшем оставались практически на тех же местах. Для расчета динамики диска с учетом неупругих столкновений было выбрано ядро, независящее от массы частиц. При сравнении результатов этих двух расчетов видно, что появление более тяжелых частиц не повлияло на общую динамику пылевого диска. Новые частицы продолжают двигаться по близким к старым траекториям.

На рис. 2 представлена зависимость тепловой энергии частиц от массы в три момента времени. Каждая точка на графике изображает одну частицу. Из рисунка видно, что происходит процесс укрупнения частиц и тела, имеющие максимальную массу, не приобретают высокой тепловой энергии на протяжении их формирования и роста. Однако в спектре масс всегда присутствуют тела, тепловая энергия которых в среднем выше в пять и более раз, чем у остальных частиц.

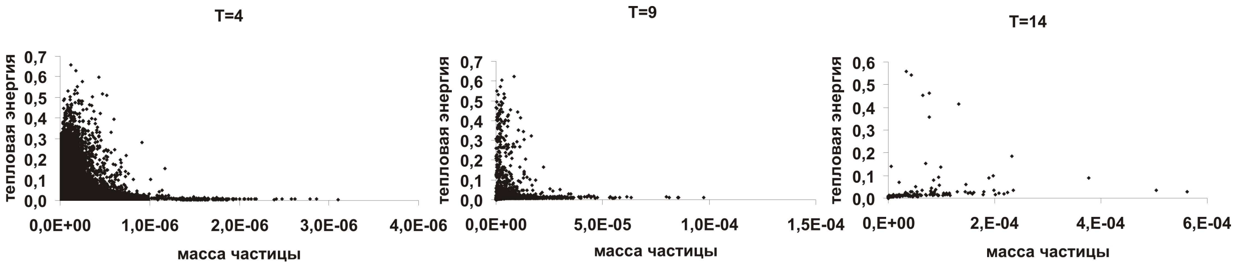

Рис. 2. Зависимость температуры частиц от их массы в три момента времени в безразмерных единицах

6. Заключение

Параллельная версия программы позволяет производить расчеты с точностью, определяемой числом частиц в ячейке, в основном, при более 10 000 частиц в одной ячейке сетки для столкновений. Программа будет использоваться в дальнейших расчетах физических процессов в массивном диске, а также для изучения влияния коллективных процессов на развитие гравитационной неустойчивости в протопланетных дисках. В первую очередь будет изучено влияние процесса коагуляции на развитие различных структур в диске, таких как сгустки и рукава плотности.

Литература

1. Энеев Т.М., Козлов Н.Н. Модель аккумуляционного процесса формирования планетных систем // Астрономический вестник. 1981. Т.XV, №2. С.80-94.

2. Ле-Захаров А.А., Кривцов А.М. Разработка алгоритмов расчета столкновительной динамики гравитирующих частиц ля моделирования образования системы Земля-Луна в результате гравитационного коллапса пылевого облака // Проблемы происхождения биосферы. Под ред. Галимова Е.М. 2012. УРСС. Москва, 613 с.

3. Снытников В.Н., Пармон В.Н., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Никитин С.А., Снытников А.В. Численное моделирование гравитационных систем многих тел с газом // Вычислительные технологии. 2002. Т.7, № 3. С. 72-84.

4. Вшивков В.А., Маркелова Т.В., Шелехов В.И. Об алгоритмах сортировки в методе частиц в ячейках // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2008. № 4. С. 79-92.

5. Галкин В.А. Уравнение Смолуховского. М: ФИЗМАТЛИТ. 2001. 336 с.