

Математическое моделирование отрывных течений в кольцевых соплах

М.А. Карташева

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Южно-Уральский государственный университет»
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрены отрывные течения, возникающие при движении продуктов сгорания по тракту кольцевого сопла внешнего расширения. Предложена модель отрывной донной области, учитывающая основные физические факторы, действующие при течении продуктов сгорания в кольцевом сопле. Проведено математическое моделирование отрывных течений в кольцевых соплах различных конфигураций на различных режимах работы

1. Введение

Одной из важных задач математического моделирования течений в кольцевых соплах является моделирование процессов в отрывных зонах кольцевых сопел с укороченным центральным телом (рис. 1).

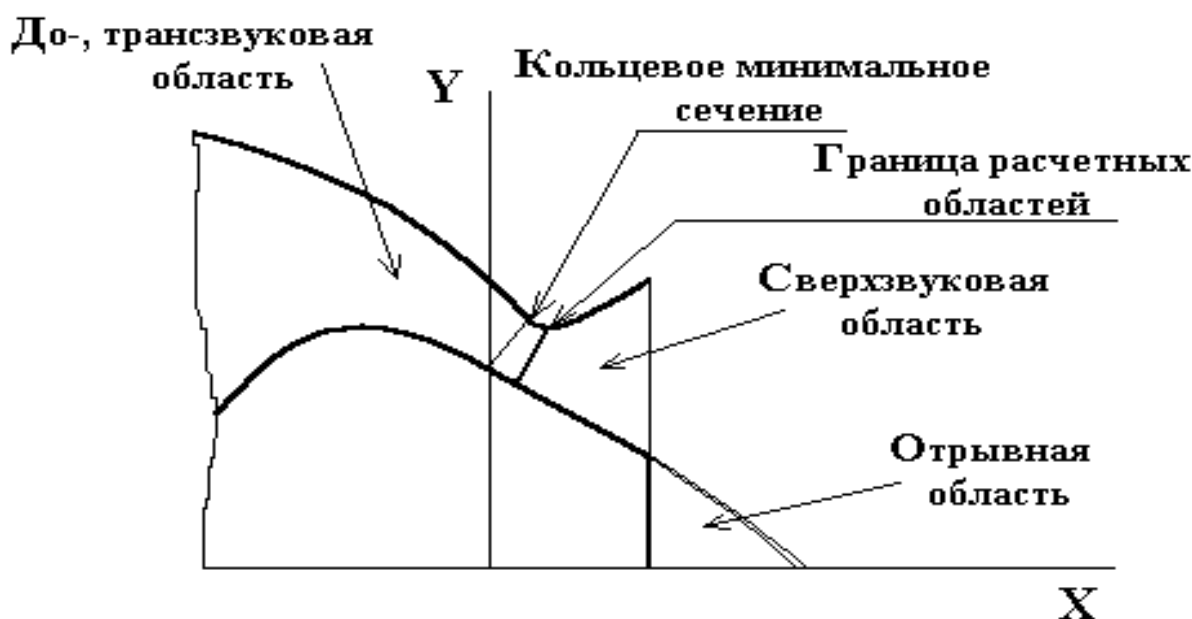


Рис. 1. Схема течения в кольцевом сопле с укороченным центральным телом

Дело в том, что при значительном укорочении центрального тела кольцевого сопла вклад профилированной части центрального тела в суммарную тягу сопла снижается вследствие уменьшения его длины, а вклад тяги, создаваемой торцом центрального тела, напротив, увеличивается вследствие роста площади торца и величины давления, действующего на него.

Расчет течения в отрывной зоне кольцевого сопла с укороченным центральным телом зависит от типа течения в донной области: является донная область открытой или замкнутой. В случае открытой донной области специальных расчетов параметров донной области не требуется, так как давление в ней с достаточной степенью точности равно давлению внешней среды. Поэтому основное внимание следует уделить исследованию динамики газа в замкнутых отрывных областях за торцом укороченного центрального тела.

Расчет параметров течения в рассматриваемой области может быть осуществлен двумя принципиально различными способами: с помощью прямого численного моделирования либо с помощью специально разработанных моделей отрывной донной области [1].

Математическое моделирование течения в отрывной области с помощью численных методов, в частности методов сквозного счета, позволяет определить параметры течения, не выделяя особенностей (разрывов) потока. Однако, при использовании разностных схем, адекватно описывающих течение в основном потоке газа, истекающем из кольцевого минимального сечения, где числа Рейнольдса составляют $Re \sim 10^5 - 10^7$, для расчета параметров отрывной области, где велико влияние сил вязкости и $Re \sim 10^2 - 10^4$, в этом случае необходимо внести изменения в вычислительный алгоритм, реализующие учет имеющихся в этой области течения вязких эффектов. То есть, потребуется разработка двух вычислительных алгоритмов (для расчета параметров «вязкой» и «невязкой» областей течения), что существенно усложняет задачу моделирования процессов в рассматриваемой области течения. Такое усложнение часто приводит к снижению точности расчетов в связи с необходимостью расчета параметров области вязко-невязкого взаимодействия, положение которой заранее неизвестно и должно быть определено непосредственно в процессе расчета.

Возможен также расчет параметров отрывной донной области с использованием алгоритмов для расчета невязких течений. При этом неизбежно снижается точность расчета параметров исследуемой области, но снимаются проблемы связанные со сходимостью и устойчивостью вычислительного алгоритма. Такие проблемы обычно возникают при «сшивании» различных вычислительных алгоритмов. Поэтому применение методов расчета невязких течений в данном случае является оправданным. В рамках данного исследования для расчета параметров отрывной донной области за торцем укороченного центрального тела кольцевого сопла внешнего расширения использован метод установления с применением схемы С.К. Годунова (модификация В.П. Колгана).

Другой способ заключается в разработке специальных методов расчета параметров отрывной области с использованием упрощающих положений, аналитических соотношений и эмпирических формул. Рассматриваемый подход имеет преимущества при исследовании сложных газодинамических и тепловых процессов в отрывных зонах в случаях, когда имеется необходимый объем экспериментальных исследований, позволяющий верифицировать разработанную модель отрывной донной области.

К методам расчета параметров отрывной донной области, реализующим данный подход, следует отнести методы разделяющей линии тока, предложенные Корстом и Чепменом, теорию смешения Крокко–Лиза, метод Карашимы и «интегральные» методы [2]. В этих моделях поток при больших числах Рейнольдса априорно разделен на области внешнего невязкого и внутреннего вязкого течений типа пограничного слоя и следа. Потенциальный внешний поток обтекает так называемое «тело вытеснения», распределение давления на котором, в первом приближении, совпадает с распределением давления на границе вязкого потока, при этом давление в отрывной области, а также поперек пограничного слоя и следа считается неизменным.

Метод разделяющей линии тока (РЛТ) основан на использовании простейшей модели тела вытеснения, состоящего только из двух областей: донной отрывной области, давление в которой предполагается постоянным и равным донному, и дальнего следа, давление в котором равно давлению невязкого потока. В этом случае основным параметром, определяющим границы областей такого течения, и является величина донного давления. Для ее определения необходимо рассмотреть течение в автомоделном вязком слое, развивающемся вдоль границы невязкого потока в изобарической области, при этом формулируется условие присоединения разделяющейся линии тока вблизи оси симметрии потока. Сама присоединяющаяся линия тока выбирается с учетом условия сохранения массы в отрывной области. Существует достаточно большое количество расчетных методов, относящихся к методам РЛТ, отличающихся друг от друга различиями в учете тех или иных факторов, например, толщины пограничного слоя в точке отрыва потока, а также различными зависимостями (в том числе эмпирическими) для профиля скорости в вязком слое смешения, зависимостями между параметрами вязкого слоя в сечениях его отрыва и присоединения.

Благодаря применению эмпирических и полуэмпирических зависимостей методы РЛТ позволяют получить достаточно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных значений

величин донного давления в области отрыва потока. Как указано в работе [3], применение методов РЛТ достаточно эффективно в широком диапазоне сверхзвуковых скоростей и сравнительно небольших толщинах пограничного слоя, что вполне соответствует условиям работы рассматриваемых кольцевых сопел внешнего расширения летательных аппаратов.

Интегральные методы расчета отрывных течений основаны на использовании более сложной модели тела вытеснения, чем в методе РЛТ. В этом случае тело вытеснения включает в себя реальное тело, увеличенное на толщину вытеснения безотрывного пограничного слоя, область отрыва потока, возвратных течений и присоединения потока в ближнем следе, и определяется взаимодействием вязкого и невязкого потоков на значительной длине до сечения записи следа. Данные методы основываются на априорной схеме течения, в соответствии с которой выделяются характерные области и слои невязкого и вязкого течений с заданными профилями скорости, температуры и другими параметрами течения, зависящими от некоторого числа свободных формпараметров [3].

2. Модель отрывной донной области течения в кольцевом сопле

В настоящей статье основное внимание уделено расчету параметров отрывной зоны за торцом укороченного центрального тела кольцевого сопла внешнего расширения. Для расчета параметров отрывной области целесообразно использовать более простые и наглядные методы разделяющей линии тока.

В настоящей статье для расчета параметров отрывной области предложен метод, относящийся к методам разделяющей линии тока и учитывающий свойства газового потока и различные физические процессы, протекающие при обтекании газом укороченного центрального тела. Метод построен на основе классического метода Корста [2] с использованием положений, разработанных в работах [4], с учетом осесимметричности течения. Схема течения, соответствующая рассматриваемому методу Корста, представлена на рис. 2.

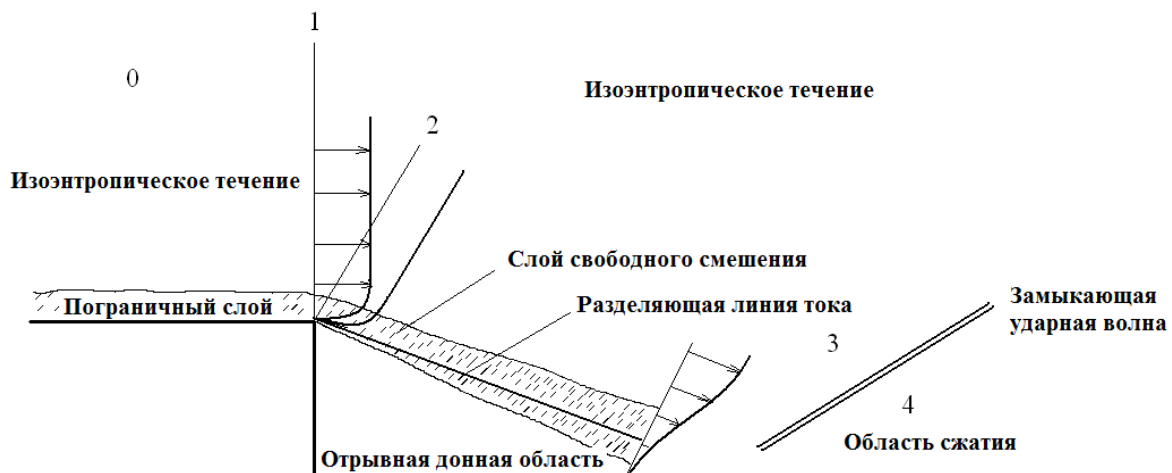


Рис. 2. Схема течения для расчета величины донного давления

Основные положения метода заключаются в следующем: поток, набегающий на донную часть вдоль двумерной поверхности, является звуковым или сверхзвуковым и остается сверхзвуковым после отрыва от угла. Образуются четыре области течения:

1. область между сечениями 0 и 1, поток набегающий на заднюю кромку;
2. область между сечениями 1 и 2, поток расширяется при обтекании задней кромки;
3. область между сечениями 2 и 3, вблизи границ сжимаемой струи происходит смешение при постоянном давлении;
4. область 3 и 4, повторное сжатие в плоском скачке в конце отрывного течения.

В каждой из указанных газодинамических областей используются соответствующие соотношения, описывающие процессы в этих областях, которые представлены в работе [2]. Основные допущения теории Корста следующие:

- в области вязкого течения, на которое воздействует прилегающий почти однородный невозмущенный поток, статическое давление равно давлению в невозмущенном потоке: $p = p_i$;
- расширение внешнего потока между сечениями 1 и 2 происходит в соответствии с решением Прандтля–Майера;
- смешение на границе струи между сечениями 2 и 3 происходит при постоянном давлении: $p_2 = p_3$; безразмерный профиль скорости в слое смешения описывается соотношением: $\varphi = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf}\eta)$, где $\eta = \sigma(y/x)$, $C_{2a} = \left\{ 1 + \frac{2}{(k-1)M_{\infty}^2} \right\}$ и представлен на рис. 3;
- возрастание давления в области повторного сжатия в конце отрывной области течения определяется примыкающим внешним течением, а сжатие во внешнем потоке – плоским косым скачком между областями 3 и 4;
- в отрывной области масса газа должна сохраняться, условие смыкания линий тока получается из условия сохранения массы в отрывной зоне и применяется к линии тока, которая приходит в критическую точку области замыкания.

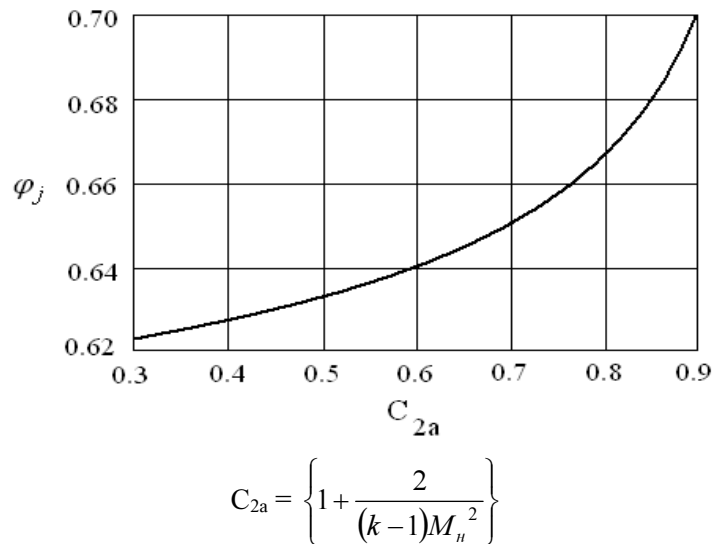


Рис. 3. Безразмерная скорость вдоль разделяющей линии тока

Рассмотренный метод расчета параметров донной области может быть положен в основу метода определения величины тяги, создаваемой торцем укороченного центрального тела. При этом метод для его эффективного применения должен быть адаптирован к условиям течения газа, существующим в кольцевых соплах. Описанная двумерная схема течения должна быть модифицирована для осесимметричного случая. Такая модификация предполагает учет осесимметричности газового потока с помощью уравнения расхода, определения осевой и радиальной координат точки присоединения разделяющей линии тока. Для осесимметричных течений присоединение и разворот невязкого потока при обтекании тел происходит при достижении разделяющей линией тока половины радиуса торца [5]. Для расчета параметров отрывной области за торцем центрального тела кольцевого сопла также возможно применение данного результата.

Дальнейшая модификация рассматриваемой модели связана с уже упомянутым учетом физических процессов и свойств газа при его движении в кольцевом сопле. Прежде всего, это учет влияния толщины начального пограничного слоя на величину донного давления [6]. Учет начальной толщины пограничного слоя в точке отрыва потока на выходной кромке укороченного центрального тела кольцевого сопла заключается в учете массы газа, содержащейся в пограничном слое, с помощью закона сохранения массы газа в области отрыва, а также корректировки безразмерного профиля скорости газа φ в слое смешения. Координата сечения присоединения потока при этом устанавливается из равенства площадей прямого и обратного тока в отрывной донной области.

Предлагаемый метод также учитывает особенности течения за торцем укороченного центрального тела в соответствии с подходом к расчету параметров отрывной области, изложенным в работе [7]. Используется математическая модель вязко–невязкого взаимодействия, основанная на рассмотрении вязкого течения в приближении пограничного слоя и невязкого течения при одной и той же величине донного давления p_d . Такая модель в целом соответствует идеологии взятого за основу метода Корста и может быть использована для его модификации. Ее основные положения заключаются в следующем:

- профили скорости пограничного слоя перед и за волной разрежения (сжатия) описываются степенными законами, величина полного давления постоянна вдоль линии в пограничном слое в пределах волны;
- за уступом, до точки соединения потоков, донное давление p_d и энтальпия H_d постоянны;
- для каждой пары величин p_d и H_d параметры на внешних границах зон смешения и максимальное давление в области соединения двух потоков равны параметрам соответствующих невязких потоков.

Безразмерный профиль скорости в слое смешения описывается соотношением:

$$\varphi = \frac{1}{2} [1 + \operatorname{erf}(\eta - \eta_x)] + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\eta - \eta_x}^{\eta} \left(\frac{\eta - \beta}{\eta_x} \right)^{1/n} e^{-\beta^2} d\beta, \quad (1)$$

где $\eta = \eta_x \frac{y}{\delta_1}$; $\eta_x = \frac{\sigma \delta}{1.5(x^2 + 4.4\sigma^2 x \delta \varepsilon_0^{-})^{0.5}}$, β – параметр интегрирования, δ_1 – толщина пограничного слоя в точке отрыва потока.

В качестве условия присоединения потока, в отличие от модели Корста, в которой в качестве такого условия использовалось равенство полного давления в газе в слое смешения статическому давлению газа за косым скачком уплотнения за точкой присоединения потока, в данной модели используется другое условие, которое учитывает работу сил трения в пограничном слое и вязком слое смешения:

$$\frac{p_o}{p_d} = \frac{p_c}{p_d} \frac{1}{\bar{p}_{cr}}, \quad (2)$$

где p_o – полное давление газа в слое смешения (на разделяющей линии тока), p_d – донное давление на торце центрального тела, p_c – статическое давление за косым скачком уплотнения в области присоединения потока, \bar{p}_{cr} – критический перепад давления на скачке уплотнения, определяемый как мера работы сил трения в пограничном слое и зоне смешения.

Рассмотренный подход был развит в работе [4], в которой предложен приближенный метод расчета донного давления и энтальпии за плоским или осесимметричным уступом, обтекаемым сверхзвуковым потоком. Метод основан на использовании модели вязко–невязкого взаимодействия и позволяет определять параметры донного течения для произвольных толщин начального пограничного слоя при различных числах Маха. Метод является логическим продолжением работы [7] и вносит уточнения в соотношения параметров и условия, использованные ранее.

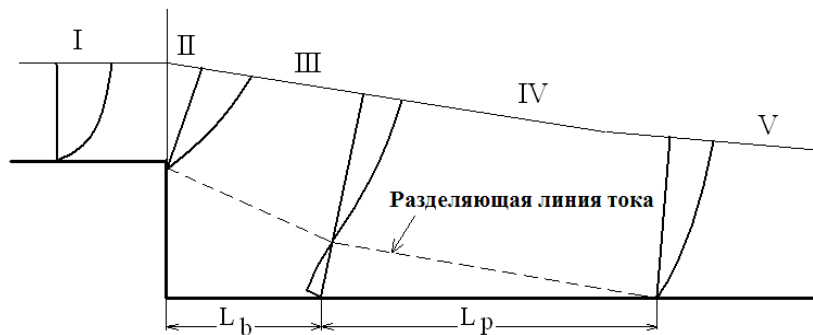


Рис. 4. Схема отрывного течения за осесимметричным донным уступом [6].

Течение за уступом содержит следующие характерные области (рис. 4):

I – набегающего сверхзвукового потока с пограничным слоем;

II – перехода потока и пограничного слоя через веер волн разрежения или скачок уплотнения у кромки уступа;

III – изобарическую длиной L_b , с давлением, приблизительно равным донному давлению P_d ;

IV – повышения давления длиной L_p ;

V – выравнивания давления.

Отличие от рассматриваемого ранее метода состоит в следующем: ранее предполагалось, что до точки встречи оторвавшегося потока на оси летательного аппарата давление постоянно и равно донному давлению, а в точке смыкания потока давление возрастает в замыкающем скачке уплотнения. В предлагаемом методе повышение давления в области присоединения происходит плавно, причем длина этой области в несколько раз больше, чем длина изобарической области за точкой отрыва потока. Длина L_p этой области определяется с помощью уравнения импульсов пограничного слоя в интегральной форме для осесимметричного течения – в виде уравнения баланса сил давления и трения, записанного для окрестности точки присоединения, где $u \approx v \approx 0$. Следствием внесенных изменений в модель отрывной области течения является несколько иной вид условия присоединения на оси потока и новое выражение для безразмерного профиля скорости на разделяющей линии тока. Соответствующие соотношения приведены в работе [4]. Экспериментальные данные, приведенные в данной работе, свидетельствуют о хорошем согласовании полученных в результате использования предлагаемой модели донной области расчетных данных с результатами экспериментов.

В настоящей работе предложена модель течения в отрывной донной области, основанная на модифицированной модели Корста, с учетом осесимметричности течения, толщины начального пограничного слоя в точке отрыва потока, работы сил трения в слое смешения и протяженности зоны повышения давления в области присоединения потока.

Предложенная модель реализована в вычислительном алгоритме и модуле расчета параметров отрывной области и величины донной тяги кольцевого сопла.

3. Результаты численных параметрических исследований

С помощью разработанного алгоритма проведены методические численные параметрические исследования зависимости газодинамических параметров и параметров теплового состояния в осесимметричной отрывной донной области при различных характеристиках потока в точке отрыва, характерных для течений в кольцевых соплах внешнего расширения и внешнего обтекания летательных аппаратов в диапазоне значений чисел Маха $M=1.0 \dots 15.0$. Полученные результаты представлены на рис. 5,6,7.

На рис. 8, 9, 10 представлены результаты математического моделирования параметров отрывной донной области (величины донного давления) с помощью методов сквозного счета. Сплошной тонкой линией обозначены результаты расчета по схеме С.К. Годунова–В.П. Колгана [8], пунктирной линией обозначены результаты расчета методом «крупных частиц» [9].

Проведено сравнение полученных результатов с результатами расчетов по предложенной модели отрывной донной области. Анализ результатов расчетов показывает хорошее согласование результатов, полученных с помощью численных методов и предложенной полуаналитической моделью.

Имеющиеся расхождения в результатах расчетов не превышают нескольких процентов практически во всем сравниваемом диапазоне. Для определения величины давления на торце укороченного центрального тела (либо днище летательного аппарата) такую погрешность следует считать достаточно низкой, так как современные эмпирические и полуэмпирические (учитывающие результаты экспериментальных исследований) методики предназначены, в основном, для работы в узких диапазонах параметров течения, давая при этом значительную погрешность (иногда в 2–3 раза). При этом следует отметить простоту предложенной модели, построенной по модульному принципу с учетом большинства значимых физических факторов,

действующих в рассматриваемой отрывной области течения. Это позволяет использовать предложенную модель для расчета параметров отрывной донной области за торцом укороченного центрального тела кольцевого сопла внешнего расширения, а также донной области летательных аппаратов в широком диапазоне полетных условий.

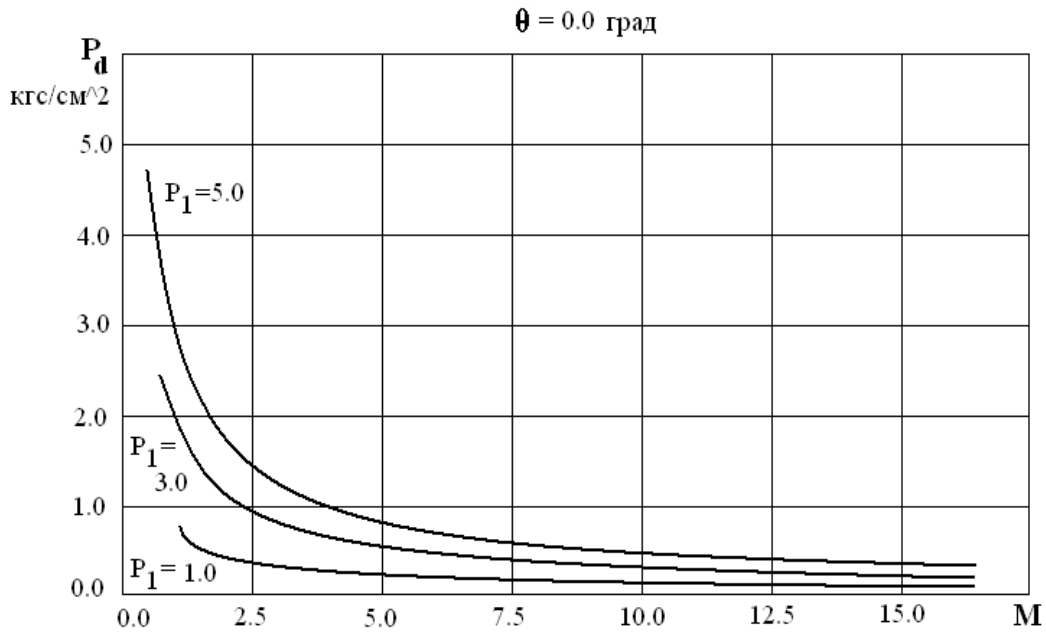


Рис. 5. Зависимость величины донного давления от числа Маха при различных давлениях в точке отрыва

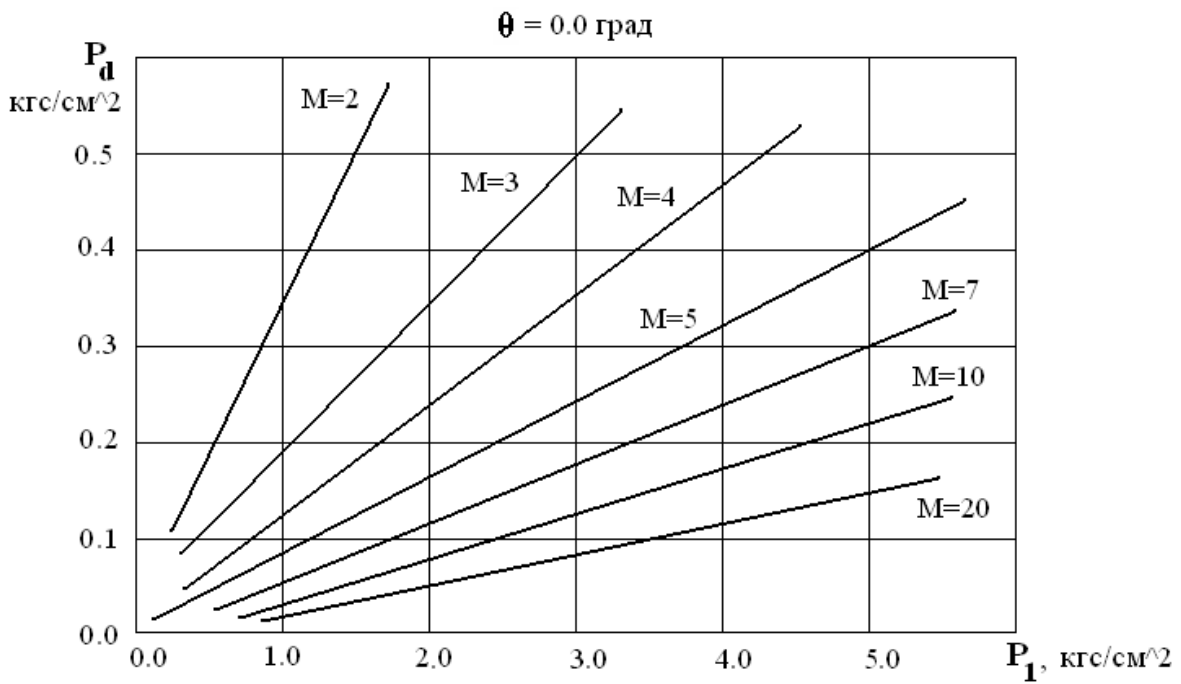


Рис. 6. Зависимость величины донного давления от давления в точке отрыва при различных числах Маха

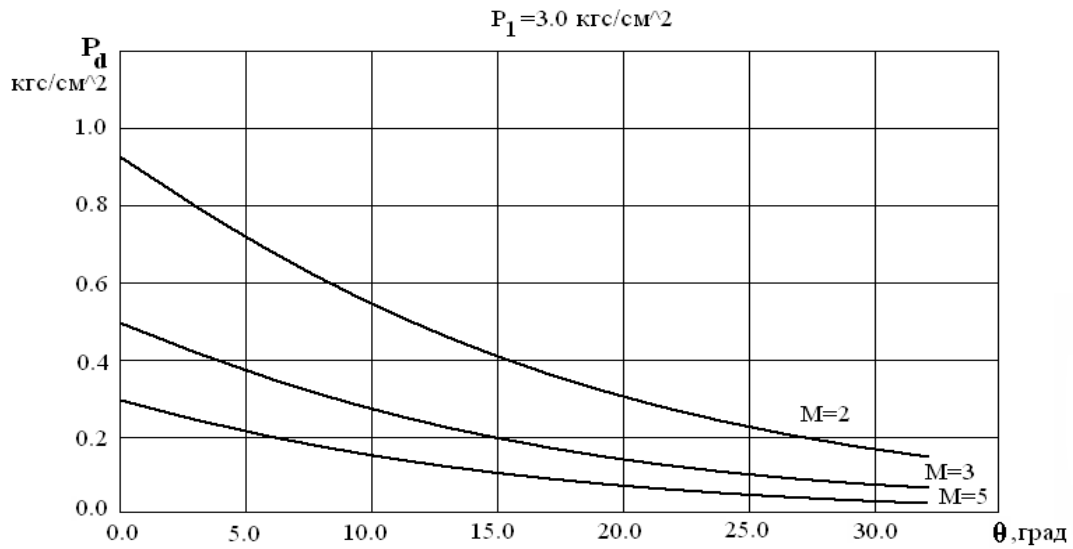


Рис. 7. Зависимость величины донного давления от угла наклона обтекаемой поверхности к продольной оси сопла (летательного аппарата) в точке отрыва потока

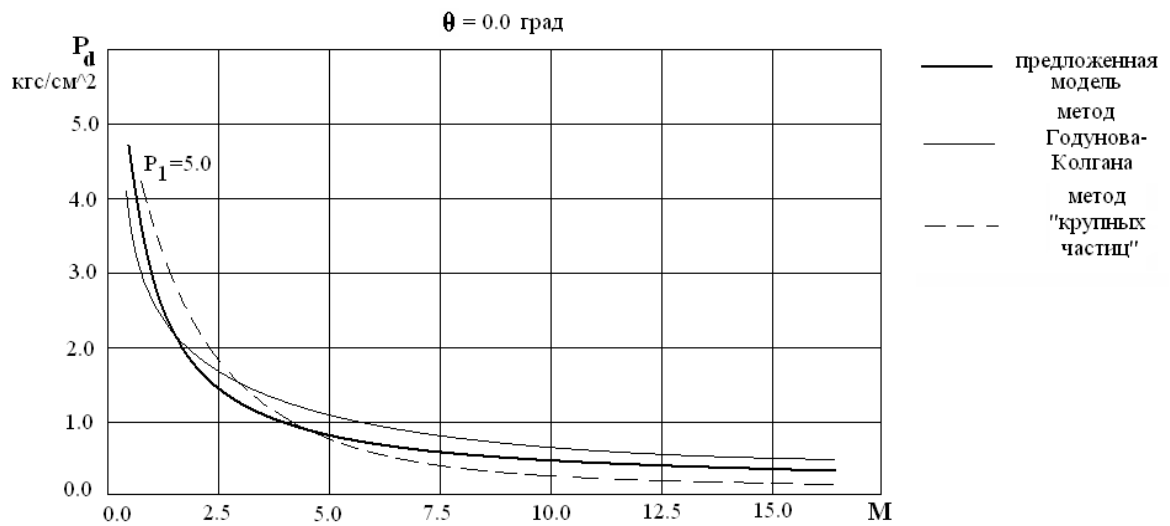


Рис. 8. Результаты расчета зависимости величины донного давления от числа Маха различными методами

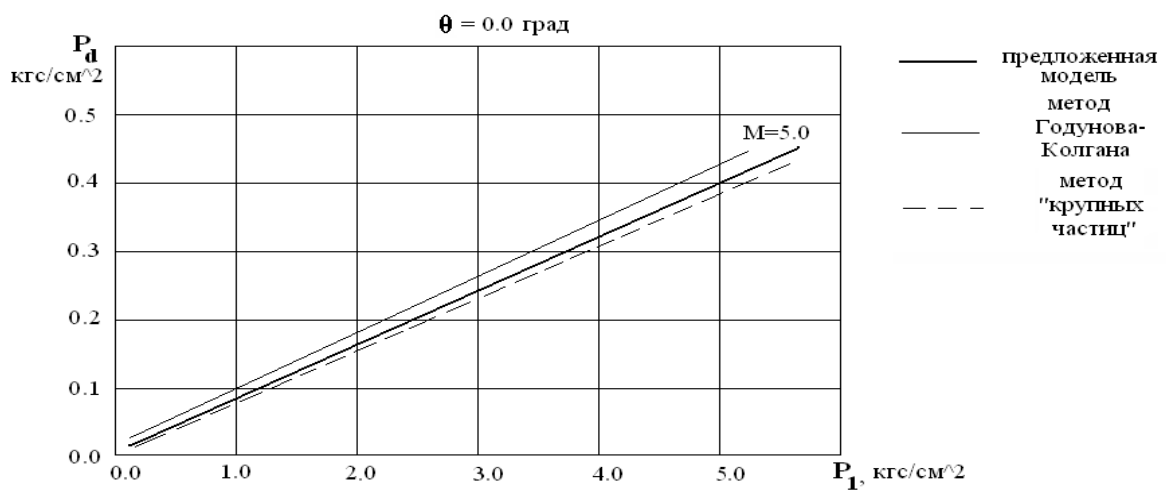


Рис. 9. Результаты расчета зависимости величины донного давления от давления в точке отрыва потока различными методами

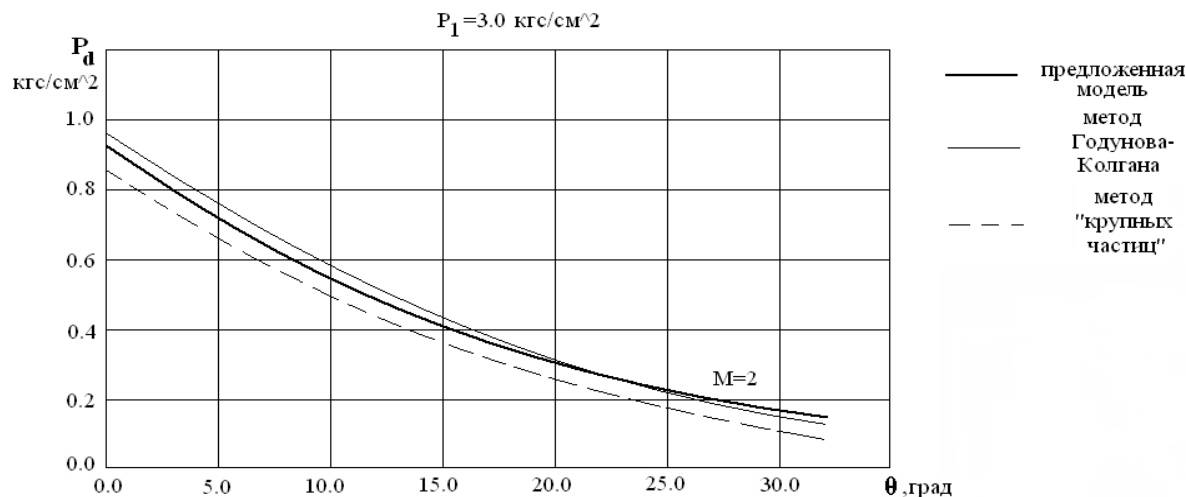


Рис. 10. Результаты расчета зависимости величины донного давления от угла наклона обтекаемой поверхности к продольной оси в точке отрыва потока различными методами

4. Заключение

По результатам проведенных исследований разработаны методические рекомендации по использованию предложенной модели отрывной донной области для исследования характеристик летательных аппаратов различного назначения различных конструкций.

Результаты математического моделирования получены с применением высокопроизводительных вычислений на суперкомпьютере «СКИФ-Аврора ЮУрГУ» ФГБОУ ВПО «ЮУрГУ» (НИУ) с производительностью до 117 TFlops.

Литература

1. Карташев, А.Л. Математическое моделирование течений в кольцевых соплах: монография / А.Л. Карташев, М.А. Карташева. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2011. – 158 с.
2. Чжен, П. Отрывные течения/ П. Чжен. – М.: Мир, 1973. – Т. 3. – 333 с.
3. Гогиш, Л.В. Турбулентные отрывные течения/ Л.В. Гогиш, Г.Ю. Степанов. – М.: Наука, 1979. – 367 с.
4. Аукин, М.К. Расчет донного давления и энтальпии за плоским или осесимметричным уступом, обтекаемым сверхзвуковым потоком, с учетом влияния начального пограничного слоя/ М.К. Аукин, Р.К. Тагиров// Изв. РАН. МЖГ. – 1999. – № 2. – С.110–119.
5. Швец, А.И. Газодинамика ближнего следа/ А.И. Швец, И.Т. Швец. – Киев: Наукова думка, 1976. – 382 с.
6. Тагиров, Р.К. Влияние начального пограничного слоя на донное давление/ Р.К. Тагиров// Изв. АН СССР. – МЖГ. – 1966. – № 2. – С.145–148.
7. Масалов, В.К. Расчет донного давления и энтальпии за уступом, обтекаемым двумя сверхзвуковыми потоками, с учетом влияния пограничных слоев и тепловых потоков/ В.К. Масалов, Р.К. Тагиров// Изв. АН СССР. – МЖГ. – 1991. – № 5. – С. 167–176.
8. Численное решение многомерных задач газовой динамики/С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов и др. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
9. Белоцерковский, О.М. Метод крупных частиц в газовой динамике/ О.М. Белоцерковский, Ю.М. Давыдов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 392 с.