

Клеточно-автоматная модель динамики популяций трех видов организмов озера Байкал.*

И.В. Афанасьев

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН)

В работе приведена композиционная клеточно-автоматная модель динамики численности трёх видов организмов: макрогектопуса, малой и большой голомянки. Каждый из видов разделён на возрастные группы. Между группами определены демографические отношения и отношения хищник-жертва. Модель позволяет учитывать перемещение особей по области моделирования, сезонность и влияние загрязнений. Проведён ряд вычислительных экспериментов для различных значений мощностей загрязнений, показывающих, что модель в результате колебаний численности приходит к устойчивому колебательному процессу с периодом в 1 год, а амплитуда колебаний и среднегодовые значения зависят от мощности загрязнения области.

1. Введение

Самоорганизация – процесс пространственно-временного упорядочения в системе за счёт согласованного взаимодействия элементов её составляющих [1]. Примерами самоорганизующихся процессов служат разделение фаз, лазер, гомеостаз и др.

Процессы самоорганизации проще исследовать с применением компьютерного моделирования. Исследования клеточно-автоматных (КА) моделей для процессов самоорганизации были проведены в работах Wolfram [2], Chua [3], Ванага [4]. Предложены КА-модели для некоторых реакций Белоусова-Жаботинского [5]. Исследованы КА-модели для процесса «разделения фаз» [6, 7].

КА – набор конечных автоматов, называемых *клетками*. Для каждой клетки определено множество соседних клеток. Для КА-моделей определяется *оператор перехода* – правило изменения состояний клеток, зависящее от состояний соседних клеток. Для моделирования сложных явлений используются композиционные КА, предложенные в работе [6]. Основная идея параллельной композиции нескольких КА – одновременное функционирование всех КА, причём их операторы перехода зависят не только от состояний соседних клеток, но и от состояний клеток других КА. В работе [8] предложена и исследована композиционная КА-модель абстрактной задачи хищник-жертва для двух групп организмов.

Длительное время динамика популяций исследовалась с помощью систем дифференциальных уравнений [9, 10]. При этом принимаются следующие ограничения:

1. Параметры популяций усреднены по области моделирования (mean-field гипотеза)
2. Число взаимодействующих организмов не превосходит 3.

В работе [11] предложена и исследована модель восьми групп организмов, основанная на системе дифференциальных уравнений. Таким образом, с помощью численного моделирования было снято второе ограничение.

В данной статье предложена композиционная КА-модель динамики численности 8 групп организмов озера Байкал, снимающая и первое ограничение. Модель учитывает пространственное распределение организмов по области моделирования, сезонность и неравномерное воздействие внешних факторов среды. Данные о популяции организмов взяты из статьи [11].

Первая часть работы посвящена постановке задачи. Во второй части дана математическая интерпретация КА-модели. В заключительной части приводятся способ распараллеливания и результаты вычислительных экспериментов для нескольких вариантов загрязнения озера.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 11-01-00567а, а также по Программе Президиума РАН (проект № 15-9, 2012)

2. Постановка задачи

Среди рыб озера Байкал по биомассе лидирует голомянка. Её основной корм – макрогектопус. Аналогично [11] в статье рассмотрены 3 вида организмов: макрогектопус (*macrohectopus*), малая (*comephorus dybovski*) и большая (*comephorus bakalensis*) голомянки. Каждый из видов разделён на возрастные группы (в скобках указаны используемые далее сокращения: буква – вид $\{m,d,b\}$, цифра – возрастная группа $\{1,2,3\}$):

- Макрогектопус – неполовозрелые (m_1), половозрелые (m_2),
- Малая голомянка – однолетки (d_1), неполовозрелые (d_2), половозрелые (d_3),
- Большая голомянка – однолетки (b_1), неполовозрелые (b_2), половозрелые (b_3).

Между группами определены взаимоотношения хищник-жертва и демографические взаимоотношения. Хищниками являются особи неполовозрелых и половозрелых голомянок возрастных групп. Жертвами являются макрогектопус и однолетки голомянок. Все хищники питаются всеми жертвами с разными коэффициентами предпочтений. Демографические отношения (кто в кого вырастает, и кто кого порождает) отображены на рис 1.

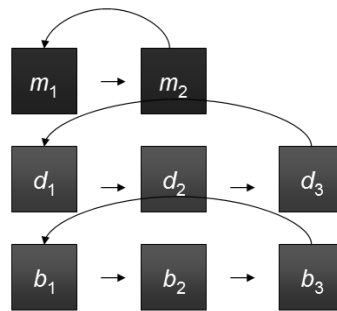


Рис. 1. Демографические межгрупповые отношения

3. Композиционная КА-модель

Следующие предположения использованы при построении КА-модели:

1. Влияние других видов организмов предполагается постоянным. Например, макрогектопусу всегда хватает еды, а нерпа поедает строго одинаковый процент голомянок в год.
2. Все параметры особей (скорость, размер, диета) усреднены по группам.
3. Размножаются только особи последней возрастной группы

КА-модель динамики популяций организмов озера Байкал:

$$N = \langle \Sigma, M, F, \rho \rangle, \text{ где}$$

Σ – алфавит состояний,

M – множество имён клеток,

F – глобальный оператор перехода,

ρ – режим функционирования

Модель – параллельная композиция восьми КА, каждый из которых предназначен для моделирования численности конкретной группы организмов. Множество имён клеток M разбито на 8 подмножеств M_a^i для каждой группы организмов. Каждое из подмножеств может быть представлено квадратной сеткой с набором ячеек Q .

$$M = M_m^1 \cup M_m^2 \cup M_d^1 \cup M_d^2 \cup M_d^3 \cup M_b^1 \cup M_b^2 \cup M_b^3$$

Предполагается, что существует биекция $Q \rightarrow M_a^i$.

Клеткой называется элемент множества $M \times \Sigma$. Подмножество Ω множества $M \times \Sigma$ называется *клеточным массивом* тогда и только тогда, когда $|M| = |\Omega|$ и в Ω нет ячеек с одинаковыми

именами. *Состояния клетки* – элементы множества Σ – целые числа – обозначают модельную плотность числа организмов в клетке. *Близнецами* назовём клетки, имена которых соответствуют одной и той же ячейке сетки Q . Ближайшими соседями назовём *клетки*, имена которых соответствуют соседним ячейкам квадратной сетки Q .

Конечный набор $S(m) = \langle (\varphi_1(m), n_1), \dots, (\varphi_k(m), n_k) \rangle$ называется *локальной конфигурацией*, где n_i из Σ , $\varphi_i(m): M \rightarrow M$. Клетки с именами $\varphi_1(m) \dots \varphi_k(m)$ называются *соседями*.

В общем случае, *локальный оператор перехода* f :

$$f: \{S(m)\} \rightarrow \{S(m)\}$$

Результат применения f к клетке (m, n) – замена локальной конфигурации $S(m)$ на локальную конфигурацию $f(S(m))$. *Итерация* или *применение глобального оператора* F – применение локального оператора f ко всем клеткам. *Эволюция* – последовательный процесс применения глобального оператора.

В данной работе использованы два глобальных оператора:

- F_1 – для моделирования перемещения организмов,
- F_2 – для моделирования процессов поедания, вымирания и роста.

Известны два основных режима функционирования КА: *синхронный* и *асинхронный*. Синхронный режим предполагает, что сначала вычисляются новые состояния клеток согласно локальному оператору перехода, а затем все клетки одновременно изменяют свои старые состояния на новые. В асинхронном режиме случайно выбирается клетка, вычисляется её новое состояние и сразу заменяется старое состояние клетки на новое [12].

Предложенная КА-модель использует чуть более сложный режим, комбинирующий синхронный и асинхронный подходы. Сначала асинхронно применяется F_1 , затем синхронно применяется F_2 .

3.1 Оператор перемещения

Пусть f_d и F_d – локальный и глобальный операторы целочисленной диффузии, предложенной в статье [13].

$$f_d: \{S_1(m)\} \rightarrow \{S_1(m)\}, \text{ где}$$

$S_1(m)$ – набор клеток – ближайших соседей клетки с именем m , включая саму клетку с именем m .

Применение f_d к клетке с именем m выполняется в соответствии с алгоритмом:

1. Пусть $m_1 \dots m_k$ – имена клеток – ближайших соседей клетки m . $k \leq 4$.
2. Случайно равномерно выбирается m_i .
3. Пусть n and n_i – состояния клеток с именами m и m_i соответственно.
4. Новые состояния n' и n_i' вычисляются по формуле:

$$\begin{aligned} n' &= n - [\delta \cdot n] + [\delta \cdot n_i] \\ n_i' &= n_i + [\delta \cdot n] - [\delta \cdot n_i] \end{aligned}$$

δ – коэффициент целочисленной диффузии, $0 \leq \delta \leq 1$.

Глобальный оператор перехода F_d применяется в асинхронном режиме.

Определим глобальный оператор F_1 . Пусть a – физический размер квадратной ячейки озера. Пусть v_{cr} – крейсерская скорость организмов вида α возраста i . Пусть Δt – физическое время, соответствующее одной глобальной итерации КА. Максимальное число ячеек, пройденное организмом за время Δt , может быть вычислено как:

$$K = \frac{v_{cr} \cdot \Delta t}{a} \quad (1)$$

Действие глобального оператора перемещения F_1 на множестве M_a^i эквивалентно K -кратному применению глобального оператора диффузии F_d .

$$F_1 = (F_d)^K$$

3.2 Оператор изменения численности

Пусть f_2 – локальный оператор изменения численности:

$$f_2 : \{S_2(m)\} \rightarrow \{S_2(m)\}, \text{ где}$$

$S_2(m)$ – набор клеток-близнецов (рис 2).

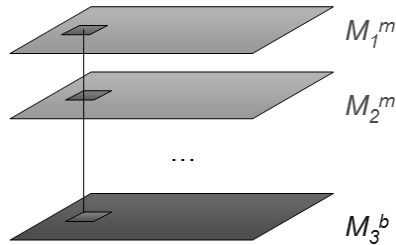


Рис. 2. Локальная конфигурация $S_2(m)$ – набор клеток-близнецов – клеток, имена которых соответствуют одной ячейке квадратной сетки.

Режим глобального оператора изменения численности F_2 синхронный.

Изменение состояния клетки после применения оператора f_2 вычисляется по формуле:

$$n = (\rho_\alpha^i n_j - \lambda_\alpha^i n_i - \theta_\alpha^i n_i) \Delta t, \text{ где}$$

j – возрастная группа особей, порождающих особей возраста i ,

Δt – физическое время, соответствующее одной итерации КА,

$\rho_\alpha^i n_j$ – приток в группу за счёт рождаемости или старения предыдущей группы,

$\lambda_\alpha^i n_i$ – отток из группы за счёт смертности,

$\theta_\alpha^i n_i$ – отток из группы за счёт старения.

В модель введена зависимость рождаемости от сезонов. Пик рождаемости у малых голомянок приходится на весну, у больших голомянок – на осень [14]. В КА-модели коэффициенты рождаемости ρ_α^i ρ_α^i умножаются на функции $season_d(t)$ и $season_b(t)$, графики которых приведены на рис 3.

$$season_b(t) : R \rightarrow R$$

$$season_d(t) : R \rightarrow R$$

$$season_b(t+1) = season_b(t)$$

$$season_d(t+1) = season_d(t)$$

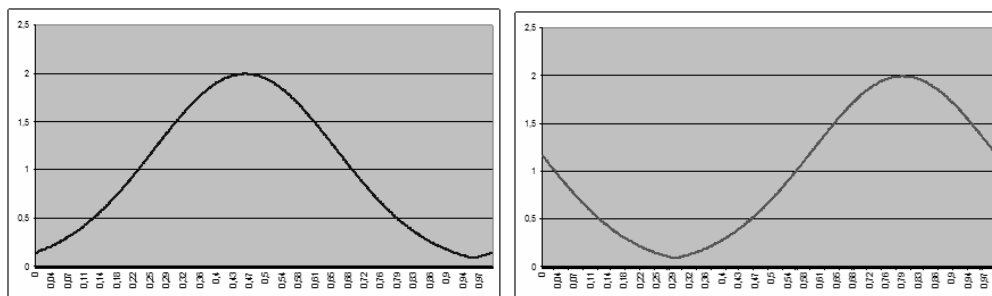


Рис. 3. Графики функций $season_d(t)$ (слева, м. голомянка) и $season_b(t)$ (справа, б. голомянка). Ось абсцисс – время года (0 соответствует 1 января, 1 соответствует 31 декабря).

Также в КА-модели учитывается влияние вероятного загрязнения на смертность рыб. Пусть $poll(m)$ – карта загрязнений – функция, ставящая в соответствие имени клетки положительное действительное число, характеризующее степень загрязнения. Коэффициенты смертности в КА-модели вычисляются по формуле:

$$\lambda_\alpha^i = (1 + poll(m)) \lambda_\alpha^i, \quad (2)$$

где λ_α^i – коэффициент смертности рыб из [11]

4. Реализация и распараллеливание

В вычислительных экспериментах размер области моделирования $|M_a^i| = 4\,744\,494$ ячеек. Площадь Байкала – $31\,722$ км². Δt – два дня. Соответственно, получим значения чисел K из формулы (1):

Таблица 1. Значения чисел K для различных групп.

возраст/вид	макрогектопус, m	малая голомянка, d	большая голомянка, b
1	2	2	2
2	4	3	3
3		4	6

Для проведения вычислительных экспериментов разработана программа на языке C++ с использованием библиотек Qt и OpenGL. Параллелизация вычислений проводилась с помощью технологии OpenMP. Расчёты проведены на Intel Core i7-2600 4 cores \times 3.4 GHz, 8Gb RAM. Наиболее дорогая по времени операция – моделирование перемещения. В таблице 2 приведена стоимость вычисления одной итерации алгоритма. Для проведения одного вычислительного эксперимента необходимо около 5000 итераций.

Таблица 2. Время в секундах на одну итерацию в однопоточной программе

	F_1	F_2	всего на итерацию
время	16 сек	1 сек	17 сек

Временная сложность выполнения оператора $F_2 - O(|M|)$, оператора $F_1 - O(|M|^2)$ (с увеличением числа $|M|$ линейно уменьшается размер клетки a , следовательно, линейно растёт число K). Поэтому смысл есть только в распараллеливании процедуры вычисления F_1 .

Был выбран следующий способ распараллеливания:

- 1-ый поток вычисляет действие F_1 для M_m^1 и M_d^1 и M_b^1 .
- 2-ой поток вычисляет действие F_1 для M_m^2 и M_d^2 .
- 3-ий поток вычисляет действие F_1 для M_b^2 и M_d^3 .
- 4-ый поток вычисляет действие F_1 для M_b^3 .

Предложенный алгоритм прост в реализации, но не масштабируем на число потоков больше четырёх. Получены следующие результаты:

Таблица 3. Результат распараллеливания процедуры вычисления F_1

F_1 1 thread	F_1 4 threads	эффективность распараллеливания
16 сек	4,5 сек	89%

5. Вычислительные эксперименты

Начальное состояние – равномерное распределение особей по области моделирования, совпадающее по значению с устойчивым состоянием численности, взятому из [11]. Была выбрана карта загрязнений, показанная на рис 4. Функция $poll(m)$ из формулы (2) представляет собой плотность стандартного нормального распределения с центром в точке m_0 в южной части озера Байкал, умноженную на константу.



Рис. 4. Карта загрязнений. Синий цвет – нет загрязнения. Красный цвет – есть загрязнение.

В вычислительных экспериментах варьировалось значение $poll(m_0)$. Для каждого эксперимента отслеживалась численность особей в клетке вблизи эпицентра загрязнения. Получившиеся графики численности организмов приведены на рис 5,6.

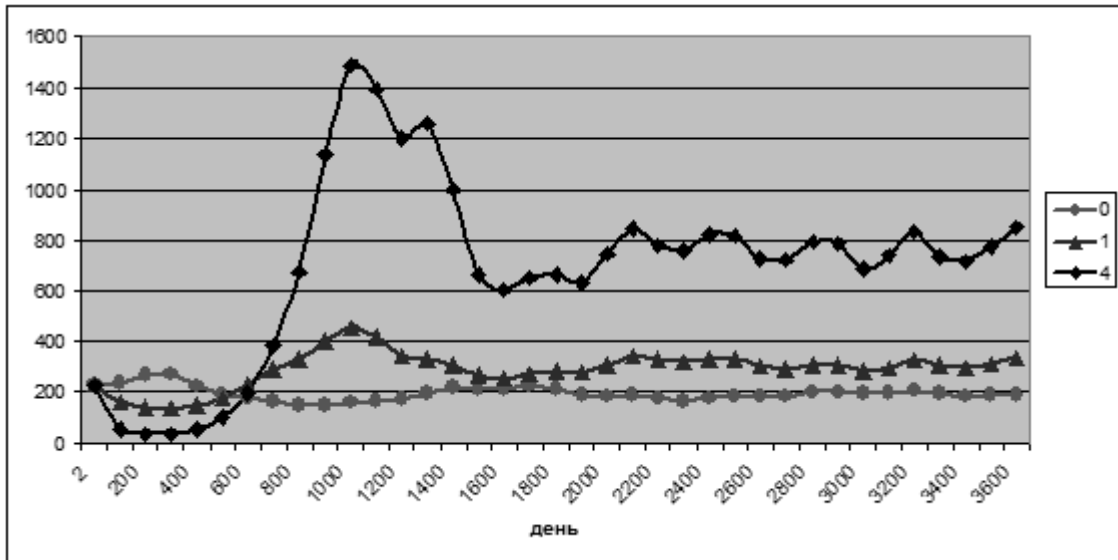


Рис. 5. Динамика численности макрогектопуса в точке вблизи эпицентра загрязнения при различных $poll(m_0)$ (ось абсцисс – время в днях, ось ординат – модельная плотность)

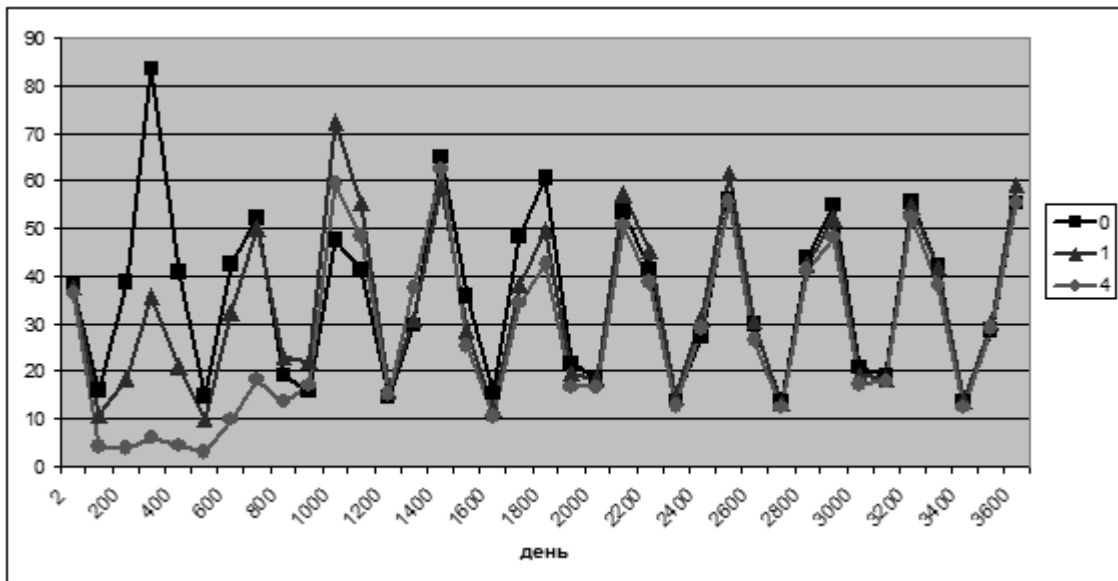
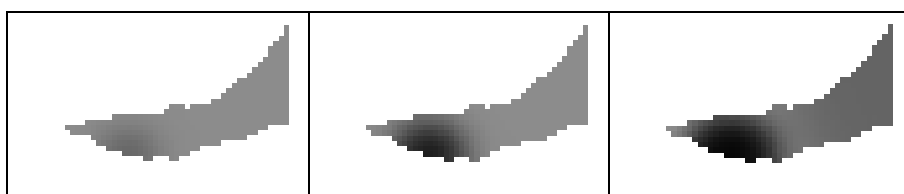


Рис. 6. Динамика численности малой голомянки в точке вблизи эпицентра загрязнения при различных $poll(m_0)$ (ось абсцисс – время в днях, ось ординат – модельная плотность)

Динамика численности большой голомянки сходна с динамикой численности малой голомянки с разницей во времени пика рождаемости. Во всех экспериментах система приходит к устойчивым годовым колебаниям.

Некоторые глобальные состояния половозрелой голомянки в южной части озера показаны на рис 7. Как видно из рисунка, влияние загрязнения не распространяется за его территорию.



$t=20$	$t=100$	$t=5000$
--------	---------	----------

Рис. 7. Глобальные состояния в южной части озера половозрелой малой голомянки для случая $poll(m_0) = 4$. Более тёмный цвет означает меньшую численность рыб.

6. Заключение

Предложена КА-модель динамики популяции организмов озера Байкал, позволяющая учитывать особенности пространственного распределения организмов, сезонность и неравномерное влияние окружающей среды.

В будущем предполагается учесть течения в Байкале в операторе моделирования перемещения организмов и неравномерность распределения макрогектопуса по котловинам Байкала.

Литература

1. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 406 с.
2. Wolfram S. A new kind of science. USA: Wolfram Media Inc., 2002. 1197p
3. Chua L. O. CNN: A Paradigm for Complexity. Berkely: World Scientific Series on Nonlinear Science. University of California, 1998. 320~p
4. Ванг В. К. Диссипативные структуры в реакционно-диффузионных системах. Ижевск: ИКИ, 2008. 300 с.
5. Madore B., Freedman W. Computer simulation of the Belousov-Zhabotinski reaction // Science. 1983. Т. 222. С. 615-618
6. Bandman O. L. Cellular Automata composition techniques for spatial dynamics simulating. Simulating Complex Systems by Cellular Automata (A.G.Hoekstra et al. eds) Berlin: Springer. 2010, pp 81-115.
7. Афанасьев И. В. Исследование эволюции клеточных автоматов, моделирующих процесс «разделения фаз» на треугольной сетке // Прикладная дискретная математика. 2010. №4. С. 79–90.
8. Bandman O. L. A method for construction of cellular automata simulating pattern formation processes // Theoretical background of applied discrete mathematics. 2010 №4. pp.91–99.
9. Свирижев Ю. М., Логофет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. Москва: Наука, 1978. 352 с.
10. Базыкин А. Д. нелинейная динамика взаимодействующих популяций. Ижевск: ИКИ. 2003. 368 с.
11. Зоркальцев В. И., Казаева А. В., Мокрый И. В. Модель взаимодействия трёх пелагических видов организмов озера Байкал // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Иркутский государственный университет путей сообщения. 2008. №1. С. 182–193.
12. Бандман О. Л. Клеточно-автоматные модели пространственной динамики // Системная информатика. 2006. №10. С. 58–113.
13. Medvedev Y. G. Multi-particle Cellular Automata Models For Diffusion Simulation. Methods and tools of parallel programming multicomputers. 2011. V. 6083/2011. p. 204-211.
14. Дзюба Е. В., Тереза Е. П., Помазкова Г. И. и др. Связь сезонной динамики зоопланктона, питания рыб и их зараженности паразитами в пелагиали озера Байкал // Теория, методы и инструменты принятия решений в живых, социальных и технических системах: Материалы к 19-му заседанию междунар. постоянно действующего семинара «Гомеостатика живых, природных, технических и социальных систем». Иркутск, 2001 С. 90–95.