Разработка и анализ высокопроизводительного параллельного алгоритма решения кооперативных игр сведением к биматричным играм

А.С. Кириллов

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет»

В работах [1,2,3] рассмотрен подход к решению задачи нахождения значений характеристической функции кооперативной игры, заданной множеством биматричных игр, с помощью решения матричных игр отдельно коалиции и антикоалиции. Но можно рассматривать полученные матрицы как биматричную игру и её решение позволяет получить значения характеристической функции $v(S)$ и $v(P)$ для коалиции S и антикоалиции P соответственно.

Рассмотрим подход к решению полученной биматричной игры. Так как перебор векторов x и y аналогичны, то рассмотрим его на примере вектора x.

Компоненты вектора удовлетворяют уравнению гиперплоскости $\sum_{i=1}^{m} x_i = 1$ и при этом должны оставаться положительными, то есть мы имеем область гиперплоскости ограниченную отрезками соединяющие точки пересечения этой плоскости с осями координат. Назовем эти точки V_i. Радиус-вектора представленные этими точками будут иметь единичную длину, и лежать на осях координат m-мерного пространства.

Для получения всех точек лежащих на гиперплоскости, достаточно интерполировать m-1 не коллинеарных векторов принадлежащих ей: $V = V_1 + \sum_{i=1}^{m-1} (V_{i+1} - V_1) t_i$, где t_i – параметры интерполяции. Причем если $t_i \in [0,1]$, то точки будут лежать внутри области сформированной векторами V_{i+1}-V_1. При этом возникают отрицательные значения первой компоненты. Поэтому при реализации перебора, происходит проверка первой компоненты на отрицательность, и такие вектора отсеиваются. Таким образом, перебору подлежат m-1 переменная, каждая из которых лежит в диапазоне [0, 1]. В программе перебор происходит в несколько этапов. Задается достаточно большой начальный шаг перебора, вычисляются вектора x и y, для каждой такой пары вычисляется значение функции ошибки. При этом отсеиваются точки, в которых эти значения максимально близки к 0. Далее поиск продолжается при значениях параметров t_i лежащих вблизи найденной точки. Так продолжается до тех пор, пока функция ошибки не станет меньше какого-то наперед заданного значения. Такой перебор может выполняться параллельно по аналогии с алгоритмами, описанными в [1,2,3].

Литература

1. Кириллов А.С. Анализ масштабируемости параллельных алгоритмов решения кооперативной игры – Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы XII Всероссийской конференции (Н. Новгород, 26–28 ноября 2012 г.) / Под ред. проф. В.П. Гергеля. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2012. – сс. 180-184.
2. Нестеренко М.Ю., Кириллов А.С. Разработка высокопроизводительного параллельного алгоритма решения кооперативных игр сведением к биматричным играм - Вестник ОГУ апрель 2011, сс. 215-218.
3. Нестеренко М.Ю., Кириллов А.С. Разработка и анализ высокопроизводительных параллельных алгоритмов решения кооперативных игр – Вестник ЮУрГУ, серия Математическое моделирование и программирование, выпуск 8, № 17 (234) 2011, сс. 92-101.