

Метод глобального поиска в задаче оптимального управления со скалярным управляющим воздействием и его реализация на GPU*

А.С. Аникин, А.Ю. Горнов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Рассматривается задача оптимального управления с системой, линейной по управлению и параллелепipedными ограничениями на управляющее воздействие:

$$\dot{x} = f_1(x, t) + f_2(x, t) \cdot u$$

Необходимо найти минимум терминального функционала $\varphi(x(t_1))$, где $[t_0, t_1]$ - интервал определения времени процесса. В такой постановке, при сохранении регулярности условий оптимальности, управления, удовлетворяющие принципу максимума Понтрягина, имеют релейный характер. В докладе предлагается метод поиска глобального экстремума терминального целевого функционала, основанный на вычислении точек переключения оптимального управления.

Предложена параметризация скалярного управляющего воздействия, позволяющая конструировать допустимые управления с заранее заданным числом точек переключения. Первый параметр параметризации включает не только само значение первой точки переключения, но также и указывает на границу – нижнюю либо верхнюю, с которой начинается конструируемое управление. Данный параметр параметризации изменяется на интервале $[t_0, 2 \cdot t_1]$, остальные – на интервале $[t_0, t_1]$. Алгоритм решения задачи оптимального управления включает последовательность невыпуклых задач безусловной минимизации с возрастающим числом переменных, соответствующих числу искомых точек переключения. Оптимальные решения вспомогательных конечномерных задач составляют монотонную последовательность значений, сходящуюся к минимальному значению функционала в задачах, в которых число переключений оптимального управления конечно.

Для решения задачи безусловной минимизации на гиперкубе предлагается поисковый алгоритм, основанный на последовательном решении невыпуклых задач одномерного поиска по случайному направлению. Для каждого случайного направления вычисляется интервал изменения переменной, позволяющий гарантировать нахождение любого решения внутри допустимого параллелепипеда и формулируется задача одномерного поиска, в общем случае, естественно, невыпуклая. Поиск глобального минимума по направлению выполняется с помощью алгоритма, основанного на комбинации методов сплайн-поиска, предложенного в [1] и надежного, но медленного классического метода Стронгина [2]. Распараллеливание алгоритма, выполняемое с применением технологии Nvidia CUDA, производится путем формирования пакета запросов на вычисление одномерной функции, что требует многократного решения задачи Коши. Численные эксперименты, проведенные на GPU Nvidia поколений Tesla и Fermi подтверждают высокий потенциал параллелизма предложенного алгоритма.

Литература

1. Горнов А.Ю. Применение сплайн-аппроксимации для конструирования алгоритмов оптимизации с новыми вычислительными свойствами // Труды всеросс. конф. "Дискретная оптимизация и исследование операций". Владивосток, 2007. С. 99.
2. Стронгин Р.Г. Численные методы многоэкстремальной оптимизации // М., Наука, 1978. С. 238.

*Работа частично поддержана грантом РФФИ № 10-01-00595.