

Численное решение уравнения Больцмана на графических ускорителях

Е.А. Малков¹, М.С. Иванов¹, С. Полешкин²
ИТПМ СО РАН¹, НГУ²

В связи с развитием миниатюризации в различных областях техники становятся все более актуальными расчеты медленных течений разреженного газа. В связи со статистическими флуктуациями и медленной сходимостью методов прямого статистического моделирования, ПСМ-методов (DSMC-методов, Direct Simulation Monte Carlo), успешно применяемых для расчета сильно неравновесных течений, при расчетах медленных течений предпочтительными являются детерминированные конечно-разностные методы решения нелинейного уравнения Больцмана для одночастичной функции распределения $f = f(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})$ в 6-мерном фазовом пространстве [1]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} = St(f, f). \quad (1)$$

В правой части уравнения стоит нелинейный интегральный оператор - интеграл столкновений, задаваемый интегрированием по области в восьмимерном пространстве $R^3 \times R^3 \times S^2$. В общем случае уравнение Больцмана представляет многомерную задачу с 7-ю независимыми переменными и его численное решение, с учетом необходимых вычислений интеграла столкновений, требует больших вычислительных затрат. Это обстоятельство объясняет сравнительно редкое использование методов численного решения уравнения Больцмана для расчетов течений разреженного газа по сравнению с ПСМ-методами. Однако, развитие технологии GPGPU должно привести к более широкому их применению. В связи с этим в последнее время к технологии CUDA проявляется большой интерес со стороны исследователей в области вычислительной аэродинамики [2, 3].

Естественным образом процесс переноса в фазовом пространстве расщепляется на два независимых физических процесса - свободно-молекулярный перенос и релаксацию, обусловленную столкновением молекул. В представляемой работе разработаны алгоритмы параллельных вычислений для решения бесстолкновительного уравнения Больцмана и вычисления интеграла столкновений, учитывающие особенности архитектуры CUDA, выполнена их программная реализация и проведены тестовые расчеты течения Куэтта на графических картах GeForce GTX 280 и NVIDIA Tesla M2090.

Литература

1. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. Москва: Мир, 1978. 496 с.
2. Malkov E.A., Ivanov M.S. Parallelization of algorithms for solving the Boltzmann equation for GPU-based computations // 27th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics July 10 – 15, 2010, Pacific Grove, California, USA. AIP Conf. Proc. 1333. 2010. P. 946–951.
3. Клосс Ю.Ю., Черемисин Ф.Г., Шувалов П.В. Решение уравнения Больцмана на графических процессорах // Вычислительные методы и программирование. 2010. Т. 11. С. 144–152.