

# Применение распределённого по замкнутому тору алгоритма LU-разложения к решению упругопластической задачи\*

А.В. Толмачев, А.В. Коновалов, А.С. Партин

Институт Машиноведения УрО РАН

Решение упругопластической задачи с большими пластическими деформациями выполняется методом конечных элементов пошагово. На каждом шаге нагрузки оно состоит из трёх этапов: 1) расчёт локальных матриц жёсткости и формирование матрицы жёсткости  $A$  и вектора правой части  $b$  системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно искомого вектора  $x$  обобщённой скорости в узлах конечно-элементной сетки, а именно

$$Ax = b; \quad (1)$$

2) решение СЛАУ (1); 3) вычисление напряжённо-деформированного состояния конечных элементов в конце шага нагружения.

Использовали параллельный алгоритм решения СЛАУ, описанный в работе [1]. Он является модификацией параллельного алгоритма блочного LU-разложения для полной матрицы [2]. Суть модификации в том, что производится хранение только блоков с ненулевыми элементами.

В качестве тестовых задач выбраны задачи сжатия цилиндра и параллелепипеда. Вычисления проводились на кластере «Уран» Института математики и механики УрО РАН. При решении задач в двухмерной задаче взяли конечноэлементную сетку с количеством разбиений по каждой координате  $d = 100, 200$  и  $300$ ; в трёхмерной задаче соответственно  $d = 5, 10, 15, 20, 25$ .

В двухмерной задаче для конечноэлементной сетки с количеством разбиений  $d = 300$  на этапе разложения матрицы наблюдается рост ускорения при использовании до 16 процессоров. Максимальное ускорение в этом случае достигает 2,5. Решение СЛАУ с разложенной матрицей показывает наилучшие результаты при использовании 8 процессоров. Ускорение при этом достигает 1,2. Из-за малости полуширины ленты матрицы  $A$ , затраты на межпроцессорное взаимодействие уменьшают выигрыш от распараллеливания. В трёхмерной задаче с сеткой  $d = 25$  на этапе разложения матрицы при использовании 16 процессоров наблюдается ускорение в 6,5 раз по сравнению с использованием 1 процессора. При решении СЛАУ с разложенной матрицей ускорение составляет 1,7. Увеличение быстродействия по сравнению с двухмерной задачей объясняется большей полушириной ленты матрицы жёсткости. В этом случае доля времени, затрачиваемая на вычисления, больше доли времени, затрачиваемой на межпроцессорные коммуникации.

## Литература

1. D. W. Walker, T. Aldcroft, A. Cisneros, G. C. Fox, and W. Furmanski, LU decomposition of banded matrices and the solution of linear systems on hypercubes. In Proceedings of the third conference on Hypercube concurrent computers and applications, Vol. 2. ACM, 1989, New
2. J. Choi, J. J. Dongarra, S. Ostrouchov, A. P. Petitet, D. W. Walker, and R. C. Whaley. The Design and Implementation of the ScaLAPACK LU, QR, and Cholesky Factorization Routines. Scientific Programming, 1996, pp. 173-184.

---

\* Работа выполнена в рамках программы Президиума РАН «Информационные, управляющие и интеллектуальные технологии и системы»