



Оренбургский государственный университет

Разработка и анализ высокопроизводительных параллельных алгоритмов решения кооперативных игр

Авторы: Кириллов А.С., Нестеренко М.Ю.

Грант

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг. в рамках государственного контракта № 14.740.11.0689 от 12 октября 2010 г.



Актуальность проекта

В последние годы значение теории игр существенно возросло во многих областях экономических и социальных наук.

В экономике она применима не только для решения общехозяйственных задач, но и для анализа стратегических проблем предприятий, разработок организационных структур и систем стимулирования.

В частности кооперативные игры могут моделировать конкурентный рынок.

При этом решение кооперативных игр сводится к решению большого количества стратегических игр, зависящего от количества участников и количества их стратегий.



Цель

Основная цель проекта - разработка параллельных алгоритмов численного решения кооперативных игр



Состояние проблемы

Рассмотрены работы описывающие подходы к использованию параллельных вычислений для решения задач теории игр, и выявлено что подходов к решению кооперативных игр с использованием параллельных вычислений пока не предлагалось.



Понятие кооперативной игры

Кооперативной игрой лиц называется игра вида $\Gamma=(N, v)$, где $N=\{1, 2, \dots, n\}$ – множество игроков, которым разрешено вести переговоры и объединяться в коалиции, а $v : 2^N \rightarrow R$ – характеристическая функция, определяющая наибольший уверенно получаемый выигрыш $v(K)$ для каждой возможной коалиции $K \subseteq N$, причем она должна обладать следующими свойствами:

- Персональность: $v(\emptyset) = 0$;
- Супераддитивность: $\forall S, K \subseteq N ; S \cap K = \emptyset \Rightarrow v(S)+v(K) \leq v(S \cup K)$.



Методы количественного решения кооперативной игры

Существует несколько основных способов решения кооперативных игр заданных в характеристической форме:

- вектор Шепли
- С-ядро
- N-ядро
- решение Неймана-Моргенштерна



Трудности

Основные известные методы решения кооперативных игр рассматривают их в характеристической форме, и не рассматривают способы получения значений характеристической функции из нормальной формы игры.



Алгоритм решения с использованием биматричных игр и вектора Шепли для решения кооперативной игры

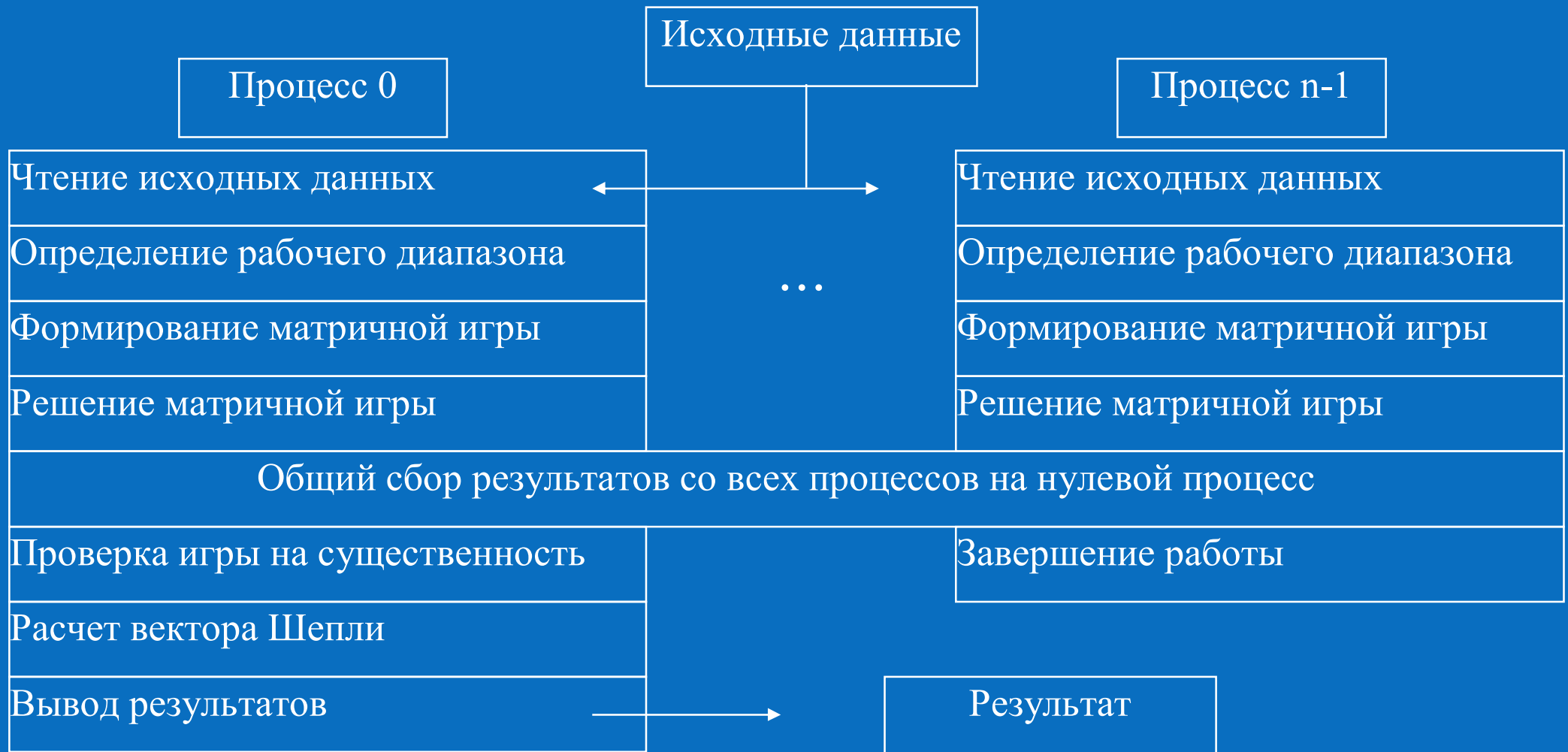
Назовем систему $\Gamma_b = \{N, B\}$, состоящую из множества игроков N и набора биматричных игр $B = \{B_{xy}, x \in N, y \in N, x \neq y\}$, кооперативной игрой на основе биматричных игр. Для решения такой игры необходимо построить исходный набор биматричных игр, которые строятся исходя из исходных данных задачи следующим образом: выбираются два любых игрока i, j и строятся матрицы выигрыша размера $k \times k$.

На основании биматричных игр в дальнейшем строятся матрицы стратегической игры A_{SP} текущей коалиции S и антикоалиции P , которые решаются как стратегические игры двух игроков сведением к задаче ЗЛП.

В дальнейшем необходимо произвести поиск дележа с использованием вектора Шепли.



Схема работы параллельного алгоритма



Кластер ОГУ

Кластер ОГУ состоит из четырех двухпроцессорных вычислительных узлов:

- процессоры Intel Xeon E5440 – 4 ядра по 2.83 GHz;
- оперативная память 16 Гб;
- дисковое пространство 320 Гбайт;
- Infiniband со скоростью 10 Гбит/с - Interconnect;
- Ethernet со скоростью 1 Гбит/с – управляющая сеть;
- операционная система SUSE Linux 11;



График времени работы программы пяти игроков

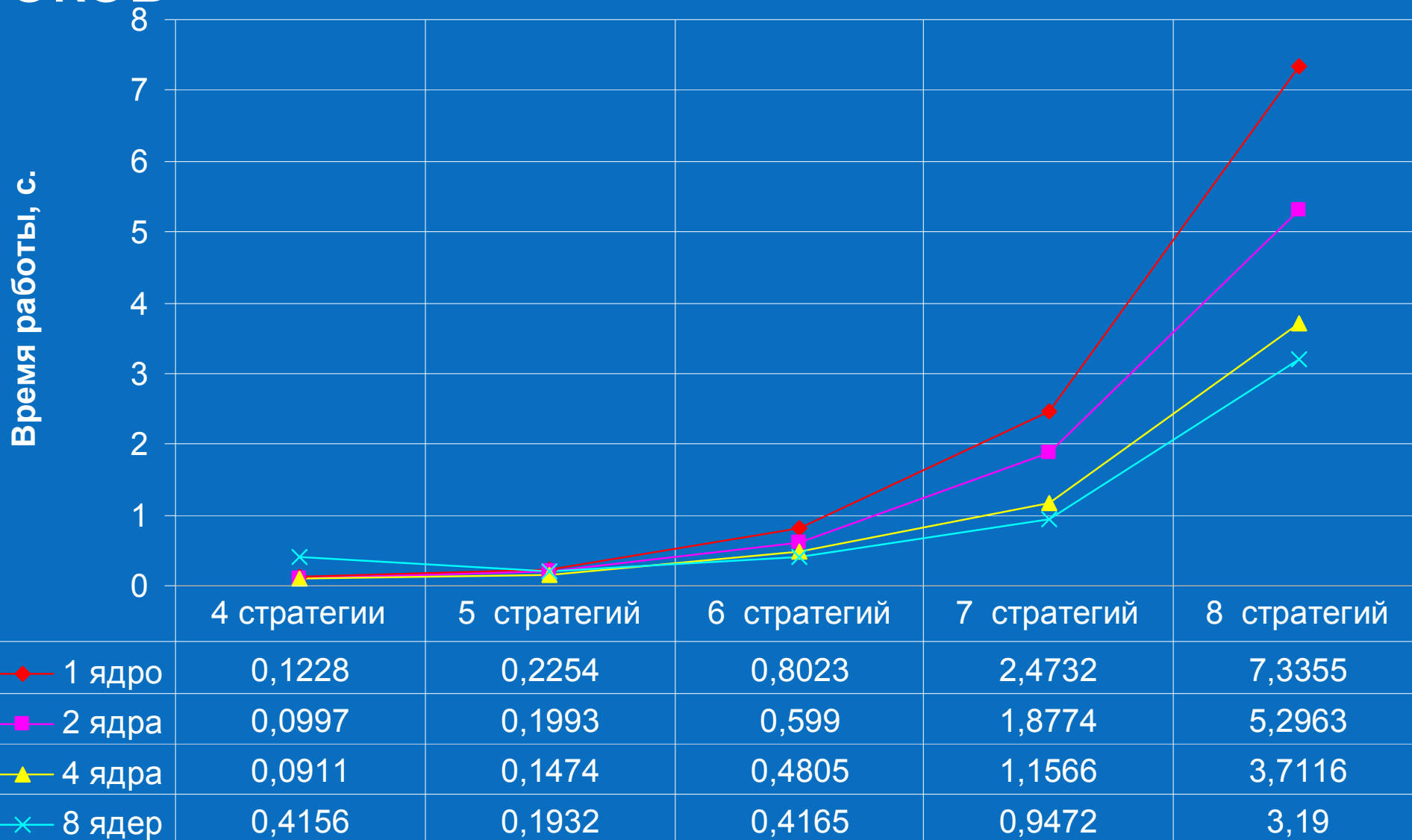


График эффективности работы параллельной программы пяти игроков

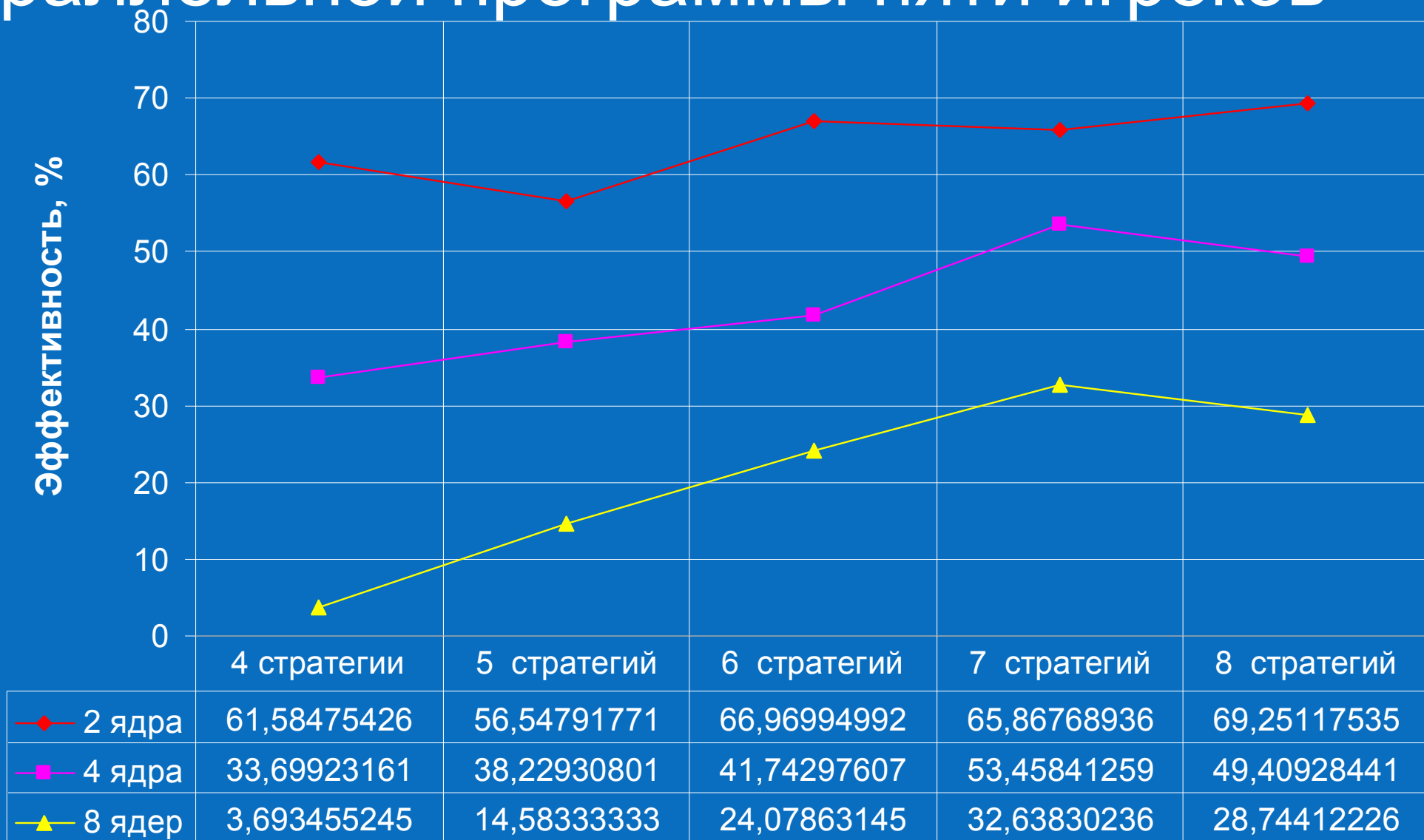
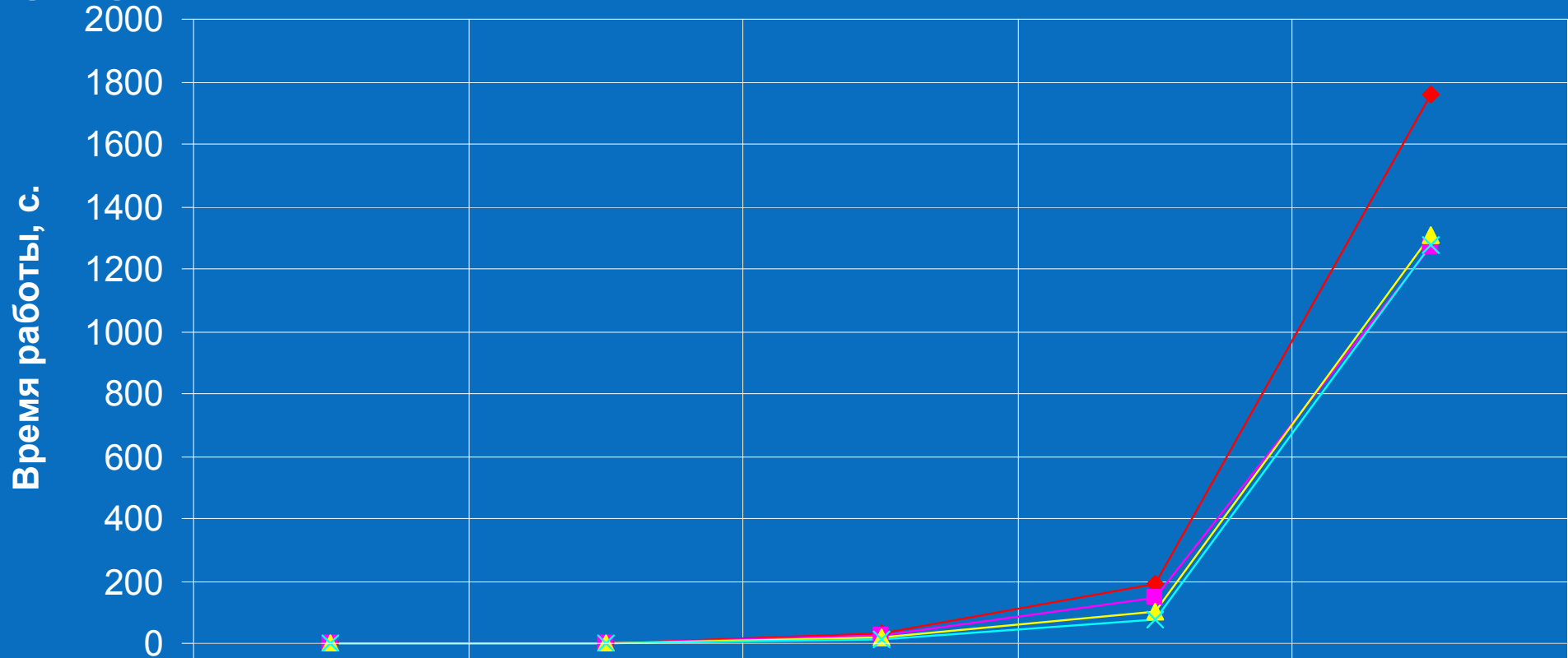


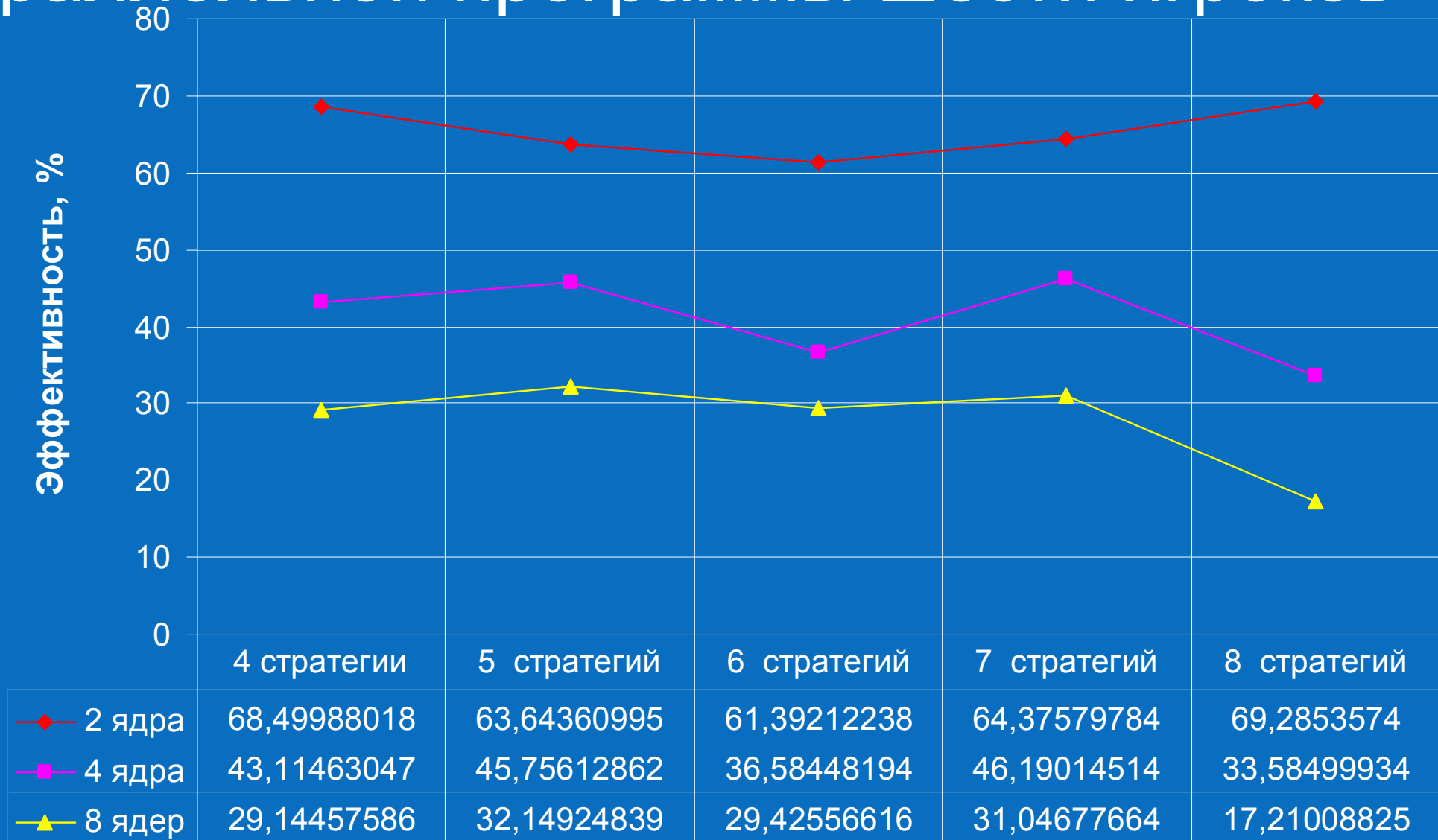
График времени работы программы шести игроков



	4 стратегии	5 стратегий	6 стратегий	7 стратегий	8 стратегий
1 ядро	0,5717	2,8744	30,7895	187,4967	1755,5704
2 ядра	0,4173	2,2582	25,0761	145,6267	1266,913
4 ядра	0,3315	1,5705	21,04	101,4809	1306,8114
8 ядер	0,2452	1,1176	13,0794	75,4896	1275,1027



График эффективности работы параллельной программы шести игроков



Апробация результатов

- Зарегистрирована программа в фонде алгоритмов ОГУ
- Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ в Роспатенте



Дальнейшая работа

- Реализация решения матричной игры итерационным методом Брауна — Робинсона (метод фиктивного разыгрывания)
- Реализация монотонного итеративного алгоритма решения матричных игр



Спасибо за внимание

Вопросы?

