Параллельные алгоритмы (2,1)-метода решения жестких задач*

Е.А.. Новиков, Г.В. Ващенко

Во многих приложениях возникает необходимость численного решения задачи Коши для жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Стремление к более точному описанию физических процессов приводит к постоянному росту размерности и жесткости соответствующих задач. Одним из методов численного решения жестких задач являются (m, k)- методы [1]. В работе представлены параллельные алгоритмы (2,1)–метода, ориентированные на применение в многопроцессорных вычислительных системах кластерной архитектуры с применением топологии полный граф и гиперкуб.

Рассматривается задача Коши для автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$y' = f(y), \; y(t_0) = y^0. \tag{1}$$

Для численного решения задачи (1) применяется (2,1) - метод из семейства (m, k) -методов, (n +1)-й шаг этого метода задается формулами

$$y^{(n+1)} = y^{(n)} + p_1 K_1^{(n)} + p_2 K_2^{(n)}, \tag{2}$$

$D_n = E - ah_n f_n'$, $D_n K_1^{(n)} = h_n f_n$, $D_n K_2^{(n)} = K_1^{(n)}$.

Конкретный вид (2) определяется коэффициентами a, p_1 и p_2 [2,3].

Разработка параллельных алгоритмов на основе последовательной схеме (2).

Предложение. Пусть размерность N системы (1) превосходит размерность вычислительной системы p, $N > p$ и $d_{l_z}^{(n)} \in Comp(z)$, $z = 1, 2, \ldots, p$; $l_z = (z-1)m + 1, \ldots, zm$. Тогда для ($n$ + 1)-го шага (2,1)- метода имеют место параллельная вычислительная схема

$$y_{l_z}^{(n+1)} = y_{l_z}^{(n)} + p_1 k_{1,l_z} + p_2 k_{2,l_z}, \;\; z = 1, 2, \ldots, p; \; l_z = (z-1)m + 1, \ldots, zm. \tag{3}$$

Предварительные численные исследования (на модельных наборах задач) параллельных алгоритмов для (3) и вариантов их организации показали, что подходящими топологиями для реализации являются полный граф и гиперкуб. При высокой размерности исходной задачи (1) затраты на пересылку являются определяющими для времени решения. Реализация алгоритмов осуществлялась на многопроцессорной вычислительной системе МВС ИВМ СО РАН -1000/96 с использованием языка C и функций библиотеки MPI.

Литература

1. Новиков Е.А., Шитов Ю.А., Шокин Ю.И. Одношаговые методы решения жестких систем // ДАН СССР, т.301, №6, 1988. – с.1310-1314.

2. Новиков Е.А. Алгоритм интегрирования переменной структуры для решения жестких задач на основе явного и L-устойчивого методов // Вестник СибГАУ, 1(18), 2008. – с.75-78.

3. Новиков Е.А. Явные методы для жестких систем / Новосибирск: Наука, 1997. – 197с.

4. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления / Спб.: БХВ – Петербург, 2002. – 806 с.

* Работа поддержана грантами РФФИ № 08-01-00621 и Президента НШ-3431.2008.9