

Использование параллельных и распределенных вычислений в преподавании дисциплины «Вычислительная математика»

А.В. Панюков, Т.А. Панюкова

В работе рассмотрены принципы построения и содержание рабочей программы дисциплины «Вычислительная математика», отражающей необходимость использования параллельных и распределенных вычислений в задачах численного анализа математических моделей.

1. Введение

Подготовка высокопрофессиональных кадров, способных развивать информационные технологии (ИТ) и эффективно использовать их на практике является стратегически важной задачей. Для успешного решения этой задачи необходимо создание востребованной наукой и практикой национальной системы ИТ-образования, построенной на основе целостного удовлетворяющего международным требованиям комплекта образовательных стандартов и высокоэффективных системообразующих механизмов и технологий [1].

В настоящее время в действующих образовательных стандартах подготовки ИТ специалистов слабо отражен аспект, связанный с использованием многопроцессорных систем и разработкой программного обеспечения для них, в то время как уже производится серийный выпуск мультипроцессорных персональных компьютеров.

В работе рассмотрены принципы построения и содержание рабочей программы дисциплины «Вычислительная математика», отражающей необходимость использования параллельных и распределенных вычислений в задачах численного анализа математических моделей. 2. Подготовка статьи.

2. Цели и задачи дисциплины «Вычислительная математика»

Макет ФГОС ВПО нового поколения для направления 010400 – "Информационные технологии", предложенный Рабочей группой Минобрнауки России для утверждения на Коллегии Минобрнауки России, переводит содержание дисциплины «Вычислительная математика» в дисциплину «Вычислительные методы», которая входит в ядро научной подготовки бакалавров информационных технологий и должна включать изложение следующих разделов:

- 1) Численные методы решения задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений.
- 2) Разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
- 3) Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем.

За основу рабочей программы взят действующий ФГОС ВПО для дисциплины ОПД.Ф.11 – «Вычислительная математика». С целью обеспечения преемственности при переходе к новому поколению стандартов в предлагаемой рабочей программе учтены требования вышеупомянутого проекта ФГОС ВПО нового поколения для направления 010400 – "Информационные технологии".

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В соответствии с требованиями ФГОС ВПО нового поколения в результате изучения дисциплины студент должен овладеть соответствующими общенаучными компетенциями с уровнем от 3 до 5 и соответствующими инструментальными компетенциями с уровнем от 2 до 5. В терминах рассматриваемой дисциплины требования к уровню освоения ее содержания будут следующими:

В результате освоения дисциплины студент должен

- 1) знать: *численные методы решения классических задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений;*
- 2) уметь:
 - а) *находить решения предложенной классической задачи численного анализа, используя свободно распространяемое программное обеспечение; оценить погрешность найденного решения;*
 - б) *программировать вычислительные алгоритмы с использованием параллельных вычислительных технологий;*
- 3) демонстрировать способность и готовность
 - а) *применять численные методы в вычислительных экспериментах с математическими моделями*
 - б) *проводить аналитическое исследование результатов применения численных методов к математическим моделям реальных задач.*

4. Особенности реализации программы, связанные с применением параллельных и распределенных вычислений

При использовании методов вычислительной математики среди специалистов распространены не основанные на доказательствах предрассудки, порождающие ошибки в расчетах. К ним, в частности, относятся::

- Распространение свойства ассоциативности операций сложения и умножения в поле действительных чисел на конечное множество машинных “действительных” чисел.
- Распространение свойства непрерывной зависимости от параметров решения системы, полученной после «эквивалентных» преобразований, на исходную систему.

Вычисления, приписывающие несуществующие свойства объектам численного анализа, являются бездоказательными. Отмеченный недостаток проявляется при использовании популярных коммерческих пакетов MathCad, MatLab [2] и т.п., а также свободно распространяемого пакета SciLab [3].

Применение параллельных и распределенных вычислений позволяет демонстрировать подобные неадекватные вычисления для практически важных задач из всех разделов дисциплины [4], демонстрируя, таким образом, необходимость доказательных вычислений, какими являются безошибочные дробно рациональные вычисления [5] и вычисления с гарантированной оценкой точности [6].

Выделенный на дисциплину ресурс времени (108 часов) распределен в соответствии с принятыми в университете пропорциями. В приведенной ниже таблице для каждого вида учебной работы указаны общий ресурс времени (числитель) и ресурс времени, выделяемый на рассмотрение применения параллельных вычислительных технологий

Таблица 1. Распределение ресурса времени по видам учебной нагрузки.

Вид учебной работы	Всего часов
<i>Аудиторные занятия</i>	72/24
Лекции	36/9
Практические занятия	18/6
Лабораторные работы	18/9
<i>Самостоятельная работа</i>	36/18
Расчетно-графические работы	36/18
<i>Всего</i>	108/42

5. Содержание дисциплины «Вычислительная математика»

В первом разделе дисциплины вводятся понятия основных объектов численного анализа и доказательных вычислений, рассматриваются приемы и средства работы с ними [7].

Остальные разделы дисциплины содержат изложение численных методов решения конкретных задач математического анализа, алгебры и обыкновенных дифференциальных уравнений [6, 7].

5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы
1.	Основные характеристики вычислительных алгоритмов	4	4	2
2.	Системы линейных алгебраических уравнений	4	2	2
3.	Интерполяция	3	1	
4.	Аппроксимация	3	1	2
5.	Численное дифференцирование	2	1	1
6.	Квадратурные формулы	2	1	1
7.	Разностные методы решения задачи Коши	4	2	4
8.	Численные методы решения краевых задач	8	2	4

5.2. Содержание разделов дисциплины

5.2.1. Основные характеристики вычислительных алгоритмов

Объекты численного анализа: исходные данные, алгоритм, программа, вычислительный процесс, результат вычислений. Безошибочные и приближенные вычисления. Точность, устойчивость, корректность. Виды погрешностей и способы их учета при построении и анализе алгоритмов, доказательные вычисления, гарантированные погрешности. Понятие о количестве операций, как об одном из критериев оценки качества алгоритма. Алгебраическая и битовая сложности алгоритмов, время реализации вычислительного процесса, понятие о масштабируемости алгоритма при использовании параллельных вычислительных технологий.

5.2.2. Системы линейных алгебраических уравнений

Решение систем линейных алгебраических уравнений с использованием приближенных вычислений; обусловленность; нормальное решение, псевдорешение; тактика решения систем. Решение систем линейных алгебраических уравнений с применением вычислений без округления, их сложность и масштабируемость, гарантированные оценки точности решения при приближенных исходных данных. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом простой итерации, теорема о достаточном условии сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости.

5.2.3. Интерполяция

Постановка задачи интерполяции; интерполяционный многочлен Лагранжа; его существование и единственность. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Нью-

тона с разделенными разностями. Тригонометрическая интерполяция; быстрое преобразование Фурье.

5.2.4. Аппроксимация

Наилучшие приближения. Свойства наилучших приближений. Построение наилучших приближений в C . Чебышевские пространства. Обобщенная теорема Чебышева. Единственность многочлена наилучшего приближения в C ; примеры. Многочлены Чебышева, их свойства. Построение наилучших приближений в H . Ортогональные многочлены; процесс ортогонализации Шмидта.

5.2.5. Численное дифференцирование

Численное дифференцирование. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования.

5.2.6. Квадратурные формулы

Простейшие квадратурные формулы прямоугольников, трапеций; квадратурные формулы. Квадратурные формулы Гаусса, их построение, положительность коэффициентов, сходимость. Составные квадратурные формулы. Интегрирование сильно осциллирующих функций

5.2.7. Разностные методы решения задачи Коши

Задача Коши. Метод Эйлера: оценка локальной погрешности; лемма об оценке погрешности; ее применение к методу Эйлера, выводы о локальной и глобальной погрешности, о согласовании шага с погрешностью вычислений. Общая схема методов Рунге-Кутты. Разностные методы решения задачи Коши. Метод Адамса. Жесткие системы дифференциальных уравнений.

5.2.8. Численные методы решения краевых задач

Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи. Метод прогонки для линейного уравнения второго порядка. Интегральные уравнения. Основные виды линейных интегральных уравнений. Метод замены ядра на вырожденное.

5.3. Лабораторный практикум

№ п/п	Раздел дисциплины	Наименование лабораторных работ
1.	1	Знакомство с программным обеспечением для решения задач численного анализа
2.	2	Решение систем линейных алгебраических уравнений
3.	4	Аппроксимация
4.	5, 6	Численное дифференцирование и интегрирование
5.	7	Решение задачи Коши методом Рунге-Кутты
6.	7	Решение задачи Коши для жестких систем
7.	8	Сеточные методы решения краевых задач
8.	8	Решение краевых задач с помощью интегральных уравнений

6. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Использование при чтении лекций компьютера и мультимедийного проектора должно позволить изложить в планируемое время содержание всех разделов программы с иллюстрацией применения параллельных вычислительных технологий. Примеры параллельных алгоритмов для задач численного анализа приведены в работах [8, 9, 10, 11].

Необходимо как при чтении лекций, так и на практических и лабораторных занятиях рассматривать примеры задач, которые неправильно решают распространенные коммерческие программные средства, объяснять причины возникновения проблем. Подобные примеры имеются в работах [4,11,12].

В лабораторных работах необходимо применять программную реализацию численных методов с использованием параллельных вычислений.

Литература

1. Сухомлин В.А. Введение в анализ информационных технологий. М: Горячая линия – Телеком. 2003. 457 с.
2. Голубева, Л.Л. Компьютерная математика. Числовой пакет MatLab. / Л.Л. Голубева, А.Э. Малевич, Н.Л. Щеглова. – Минск: БГУ. – 2007. – 164 с.
3. Алексеев, Е.Р. SciLab: Решение инженерных и математических задач / Е.Р. Алексеев, О.В. Чеснокова, Е.А. Руденко. – М.: ALT Linux; Бином. Лаборатория знаний. – 2008.– 260 с.
4. Петров Ю.П., Петров Л.Ю. Неожиданное в математике и его связь с авариями и катастрофами. – СПб.: БХВ-Петербург. – 2005. – 240 с.
5. Панюков А. В., Германенко М. И. Сложность нахождения гарантированной оценки решения приближенно заданной системы линейных алгебраических уравнений // Известия Челябинского научного центра. – Вып. 4(9). – 2000. – С. 13-17. – http://www.sci.urf.ac.ru/news/2000_3
6. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1977.
7. Бабенко К.И. Основы численного анализа. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1986. – 744 с.
8. Воеводин В.В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. – М.: Изд-во МГУ, 2006. – 116 с.
9. Гергель В.П. Теория и практика параллельных вычислений: учебное пособие. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 423 с.
10. Панюков А.В., Германенко М.И., Горбик В.В. Распараллеливание алгоритмов решения систем линейных алгебраических уравнений с применением вычислений без округления. // Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2007). – Челябинск: ЮУрГУ. – 2007. – Т.2. – С.238-249.
11. Панюков А.В., Германенко М.И.. Параллельные алгоритмы безошибочного вычисления матрицы Мура-Пенроуза // Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ2008) Труды международной научной конференции (Санкт-Петербург, 28 января – 1 февраля 2008 г.). – Челябинск: ЮУрГУ. – 2008. – С.215-223. <http://omega.sp.susu.ac.ru/books/conference/PaVT2008/>
12. Панюкова, Т.А. Практикум по численным методам и положение о вычислительной практике: учебное пособие / Т.А. Панюкова. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ. – 2007. – 45 с.