Модель экономики взаимодействующих регионов [*]

А.В. Кощеев

В рассматриваемой модели каждый регион производит один и тот же единственный однородный продукт, называемый в каждом регионе валовым региональным продуктом (ВРП). Задача идентификации модели состоит в определении параметров модели, таких, что рассчитанные по модели макропоказатели российской экономики, а также рассчитанные по модели макропоказатели региональных экономик близки к соответствующим статистическим аналогам. Перебор значений параметров осуществлен с использованием библиотеки MPI.

1. Введение

Динамическую модель экономики страны, идентифицированную по данным экономики России за 7 лет [1], можно расширить для описания экономики каждого из взаимодействующих регионов и экономики страны в целом.

Модель взаимодействующих региональных экономик будет полезна при изучении проблем, связанных с переходными процессами в экономике России и ее регионах. Регионы России имеют разный объем и состав природных ресурсов, обладают различным уровнем развития производительных сил, разным уровнем открытости регионов. Рассмотрение модели позволит приблизиться к пониманию причин отставания в экономическом развитии части регионов и причин успешного экономического развития другой части регионов.

В рассматриваемой экономике каждый регион производит единственный региональный продукт, который в модели имеет разную цену в разных регионах. Изменение цен в простейшей модели задается эконометрическими функциями, параметры которых отличаются в разных регионах.

Задача идентификации модели состоит в определении эффективного капитала K(t) такого, что рассчитанные по модели макропоказатели экономики России близки к соответствующим статистическим аналогам.

Большое количество неопределяемых напрямую из статистики параметров модели определяем косвенным образом, сравнивая выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами. Временные ряды считаются похожими, если они близки как функции времени. В качестве критериев близости расчетного и статистического временных рядов используем коэффициент корреляции и индекс несовпадения Тейла.

Декомпозиция модели по регионам дает возможность за разумное время определить независимые параметры благодаря параллельным вычислениям для перебора параметров модели на заданных интервалах их изменения с последовательно уменьшающимся интервалом изменения параметров.

2. Описание модели экономики взаимодействующих регионов

Рассмотрим модель экономики страны, состоящей из регионов, взаимодействующих друг с другом и с внешним миром. Для описания переменных моделей будем использовать индексы: i – индекс региона, N – число регионов, 0 – индекс внешнего мира, Σ - индекс для страны в целом, как объединения регионов.

[*] Работа выполнена при поддержке РФФИ 08-01-00377, программы РАН №14, программы Президиума РАН №15

2.1 Простейшая модель экономики региона

Описание простейшей модели экономики региона основано на описании простейшей модели экономики страны [1-2]. Объем валового регионального продукта (ВРП) $Y_i(t)$ i-го региона в момент времени t определяется удельным выпуском $y_i(t)$ и начальным значением $\varphi_i = Y_i(0)$.

$$Y_i(t) = \varphi_i y_i(t). \tag{1}$$

Удельный выпуск $y_i(t)$ i-го региона определяется удельными производственными факторами – удельным трудом $l_i(t)$ и удельным эффективным капиталом $k_i(t)$ - в силу однородной степени γ_i производственной функции с постоянной эластичностью замещения (CES).

$$y_i(t) = \left[\alpha_i (l_i(t))^{-\beta_i} + (1-\alpha_i)(k_i(t))^{-\beta_i}\right]^{-\gamma_i/\beta_i}. \tag{2}$$

Параметры в соотношении (2) удовлетворяют ограничениям: $\alpha_i \in (0,1)$, $\beta_i > -1$, $\gamma_i \geq 1$.

Удельный труд в i-м регионе меняется экспоненциально с темпом λ_i

$$l_i(t) = \exp(\lambda_i t) \tag{3}$$

и определяет численность занятых в экономике для i-го региона (труд) $L_i(t)$.

$$L_i(t) = \psi_i l_i(t), \tag{4}$$

где $\psi_i = L_i(0)$ - начальное значение числа занятых в i-м регионе.

Динамика удельного эффективного капитала $k_i(t)$ в i-м регионе определяется задачей Коши

$$\frac{dk_i}{dt} = -\mu_i k_i(t) + \eta_i \theta_i \frac{y_i(t)}{p_i(t)}, \quad k_i(0) = 1, \tag{5}$$

где $-\mu_i$ - темп изменения существующего капитала, $\theta_i > 0$ - коэффициент пропорциональности объема региональных инвестиций объему ВРП,

$$\eta_i = Y_i(0)/K_i(0) = \varphi_i / K_i(0) > 0. \tag{6}$$

Индекс цен на инвестиции определяется эконометрической функцией

$$p_i(t) = \xi_i + (1-\xi_i)(1+t)\exp(-\omega_i t) \tag{7}$$

с двумя параметрами $\xi_i \in (0,1)$ и $\omega_i > 0$.

Объем инвестиций в i-м регионе определяется соотношением

$$J_i(t) = \theta_i \varphi_i \, y_i(t)/p_i(t). \tag{8}$$

Объемы вывоза из i-го региона в j-й определяются соотношениями

$$E_{ij}(t)=\varphi_i\, y_i(t)\delta_{ij} / r_{ij}(t), \tag{9}$$

где δ_{ij} - норма вывоза выпуска из i -го региона в j -й при $j=1,\dots,N$ или доля экспорта в выпуске при $j=0$, $r_{ij}(t)$ - индекс относительной цены на вывозимую продукцию из i -го региона в j -й при $j=1,\dots,N$ или индекс относительной цены на экспорт при $j=0$,

$$r_{ij}(t)=\kappa_{ij}+(1-\kappa_{ij})\exp(-\pi_{ij}t), \tag{10}$$

каждый из которых определяется двумя параметрами: $\kappa_{ij}\in(0,1)$ и π_{ij}.

Объемы ввоза из j -го региона в i -й определяются соотношениями

$$I_{ji}(t)=\varphi_i\, y_i(t)\left(1-\sum_{m=0}^{N}\delta_{im}\right)\rho_{ji} / s_{ji}(t), \tag{11}$$

где ρ_{ji} - норма отношения объема ввозимой из j -го региона в i -й регион к продукции i -го региона, реализуемой на внутреннем рынке (при $j=0$ норма отношения импорта к объему собственной продукции, реализуемой у себя), $s_{ji}(t)$ - индекс относительной цены на ввозимую продукцию из j -го региона в i -й при $j=1,\dots,N$ или индекс относительной цены на импорт при $j=0$,

$$s_{ji}(t)=1-\zeta_{ji}t^2\exp(-\nu_{ji}t), \tag{12}$$

каждый из которых определяется двумя параметрами: $\zeta_{ji}>0$ и $\nu_{ji}>0$.

Объемы потребления домашних хозяйств, правительственных и общественных организаций, выраженные в единицах валового регионального продукта в постоянных ценах 2000 года ($t=0$), определяются из основного макроэкономического баланса i -го региона

$$Q_i(t)=Y_i(t)-p_i(t)J_i(t)+\sum_{j=0}^{N}s_{ji}(t)I_{ji}(t)-\sum_{j=0}^{N}r_{ij}(t)E_{ij}(t). \tag{13}$$

Уравнения (1)-(13) полностью описывают модель экономики региона.

2.2. Замыкание модели взаимодействующих регионов

Кроме указанных выше параметров каждый регион характеризуется дефлятором ВРП $x_i(t)$, который связан с дефлятором валового внутреннего продукта (ВВП) $x_\Sigma(t)$ следующим соотношением:

$$x_\Sigma(t)Y_\Sigma(t)=\sum_{i=1}^{N}x_i(t)Y_i(t). \tag{14}$$

Объединение объемов инвестиций в регионах дает суммарный объем инвестиций страны

$$x_\Sigma(t)p_\Sigma(t)J_\Sigma(t)=\sum_{i=1}^{N}x_i(t)p_i(t)J_i(t). \tag{15}$$

Внутренние поставки из региона в регион согласованы, в пути ничего не теряется: в i -й регион из j -го ввозится ровно столько сколько из j -го региона в i -й вывозится

$$x_i(t)s_{ji}(t)I_{ji}(t) = x_j(t)r_{ji}(t)E_{ji}(t), \quad i, j \in \{1, \dots, N\}. \tag{16}$$

Таким образом, суммарное сальдо внутренних поставок по всем регионам $SI(t)$ равно нулю

$$SI(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i(t)\left(\sum_{j=1}^{N}\left(r_{ij}(t)E_{ij}(t) - s_{ji}(t)I_{ji}(t)\right)\right) = 0, \tag{17}$$

а внутренний товарооборот $TI(t)$ равен удвоенному объему суммарных поставок

$$TI(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i(t)\sum_{j=1}^{N}\left(r_{ij}(t)E_{ij}(t) + s_{ji}(t)I_{ji}(t)\right) =$$

$$= 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i(t)r_{ij}(t)E_{ij}(t) = 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i(t)s_{ji}(t)I_{ji}(t). \tag{18}$$

Сальдо внешней торговли страны и регионов в рублях текущего года

$$SO_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^{N} SO_i(t), \quad SO_i(t) = x_i(t)\left(r_{i0}(t)E_{i0}(t) - s_{0i}(t)I_{0i}(t)\right). \tag{19}$$

Внешнеторговый оборот страны и регионов в рублях текущего года

$$TO_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^{N} TO_i(t), \quad TO_i(t) = x_i(t)\left(r_{i0}(t)E_{i0}(t) + s_{0i}(t)I_{0i}(t)\right). \tag{20}$$

Уровень открытости экономики страны $O_\Sigma(t)$ можно определить как отношение суммы внутреннего межрегионального и внешнего товарооборота к ВВП

$$O_\Sigma(t) = \frac{TI(t) + TO_\Sigma(t)}{x_\Sigma(t)Y_\Sigma(t)}. \tag{21}$$

Уровень экономической безопасности страны можно определить как долю внутреннего межрегионального товарооборота к суммарному товарообороту

$$B_\Sigma(t) = \frac{TI(t)}{TI(t) + TO_\Sigma(t)}. \tag{22}$$

Уровень этих показателей зависят от того, как много регионов рассматривать.

3. Параллельные вычисления для идентификации модели взаимодействующих регионов

Для страны в целом действуют уравнения (1)-(13) с индексом $\sum$ вместо i и отсутствием межрегиональных потоков.

Заметим, что все параметры и начальные значения (и варьируемые и фиксированные) обозначены малыми греческими буквами, а интенсивные и относительные переменные – малыми латинскими. Время t таково, что t = 0 соответствует 2000 г.

На основе статистических данных по экономике России 2000-2006 гг. и балансовых соотношений модели взаимодействующих регионов подготовлены исходные данные для двухрегиональной версии модели взаимодействующих регионов России.

Статистические данные для страны в целом представлены в таблице 1 (см. [1,3])

Таблица 1. Статистические данные для страны

год	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**
$\mathbf{L}_\Sigma$	65,273	65,124	66,358	67,247	67,244	68,719	69,6
$\mathbf{r}_\Sigma$	1	0,84442	0,7661	0,72863	0,68475	0,69651	0,6701
$\mathbf{s}_\Sigma$	1	0,89204	0,82339	0,73075	0,59196	0,52193	0,45556
$\mathbf{p}_\Sigma$	1	1,02043	1,00752	0,97393	0,9335	0,88821	0,85997
$\mathbf{Y}_\Sigma$	7305,6	7676,9	8039,3	8625,8	9268,8	9817,6	10478
$\mathbf{I}_\Sigma$	1755,8	2084,1	2388,4	2811,2	3466,2	4055,4	4878,7
$\mathbf{J}_\Sigma$	1165,2	1265,7	1300	1462,2	1633,6	1807,2	2051,7
$\mathbf{E}_\Sigma$	3218,9	3354,1	3699,6	4162	4653,1	4950,9	5297,5
$\mathbf{Q}_\Sigma$	4677,3	5412,2	5861,9	6223,4	6609,5	6880,7	7386,3
$\mathbf{x}_\Sigma$	1	1,17	1,35	1,54	1,85	2,2	2,55

Мы предполагаем, что:

- первый регион (метрополия) взаимодействует с внешним миром и со вторым регионом;
- второй регион (провинция) взаимодействует только с первым регионом.

Формируем данные для первого региона (табл. 2) на основе следующих допущений:

1. Численность занятых в экономике первого региона составляет половину от занятых в стране, $L_1 = L_\Sigma / 2$.

2. Индексы цен на экспорт, импорт и инвестиции в первом регионе, r_{1i}, s_{i1} ($i = 0,2$) и p_1, такие же, как у страны.

3. ВРП первого региона равняется половине от ВВП, $Y_1 = Y_\Sigma / 2$.

4. Объем инвестиций первого региона равен половине объема инвестиций в основные фонды страны, $J_1 = J_\Sigma / 2$.

5. Объем вывоза продукции из первого региона во второй равен четверти экспорта, $E_{12} = E_{10} * 0.25$.

6. Объем ввоза из второго региона в первый равен половине импорта, $I_{21} = I_{01} / 2$.

7. Дефлятор ВРП первого региона x_1 задан произвольными данными (для примера взяты значения дефлятора ВРП Кировской области).

8. Объем потребления в ценах ВРП 2000 г. Q_1 вычисляется по балансовому уравнению (13).

Данные первого региона представлены в таблице 2.

Таблица 2. Данные первого региона

год	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**
L_1	32,6365	32,562	33,179	33,6235	33,622	34,3595	34,8
r_1	1	0,84442	0,7661	0,72863	0,68475	0,69651	0,6701
s_1	1	0,89204	0,82339	0,73075	0,59196	0,52193	0,45556
p_1	1	1,02043	1,00752	0,97393	0,9335	0,88821	0,85997
Y_1	3652,8	3838,45	4019,65	4312,9	4634,4	4908,8	5239
$I_{\Sigma 1}$	1755,8	2084,1	2388,4	2811,2	3466,2	4055,4	4878,7
J_1	438,95	521,03	597,1	702,8	866,55	1013,85	1219,68
$E_{1\Sigma}$	3218,9	3354,1	3699,6	4162	4653,1	4950,9	5297,5
E_{12}	804,725	838,525	924,9	1040,5	1163,275	1237,725	1324,375
I_{21}	877,9	1042,05	1194,2	1405,6	1733,1	2027,7	2439,35
Q_1	1823,93	2555,09	2825,11	2919,15	2920,49	2872,8	3086,61
x_1	1	1,16	1,42	1,62	1,85	2,08	2,28

Для формирования данных второго региона делаем дополнительные предположения:

- во втором регионе общий уровень роста цен больше, чем в первом регионе и в целом по стране, $x_2 > x_\Sigma > x_1$;
- индекс цен на продукцию, вывозимую из второго региона в первый r_{21}, отличается от r_{12};
- индексы цен на ввозимую продукцию и инвестиции s_{12} и p_2 такие же, как у страны.

Данные второго региона представлены в таблице 3.

Таблица 3. Данные второго региона

год	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**	**2006**
L_2	32,6365	32,562	33,179	33,6235	33,622	34,3595	34,8
r_2	1	0,92	0,89	0,76	0,62	0,55	0,47
s_2	1	0,84442	0,7661	0,72863	0,68475	0,69651	0,6701
p_2	1	1,02043	1,00752	0,97393	0,9335	0,88821	0,85997
Y_2	3652,8	3805,92	3441,82	3643,96	4308,92	4994,06	6009,54
I_{12}	804,725	824,3127	881,4483	980,0058	1086,898	1129,153	1232,48
J_2	726,25	737,42	606,98	644,36	712,95	818,72	996,35
E_{21}	877,9	993,2556	1052,918	1272,927	1546,076	1755,423	2200,344
x_2	1	1,18	1,49	1,72	1,98	2,28	2,45
Q_2	2853,38	2835,71	2568,46	2763,03	3429,06	4087,85	4944,43

Параметры $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \mu_i, \eta_i \ \ (i = 1,..., N, \Sigma)$ варьируются.

Задача идентификации модели состоит в определении эффективного капитала K(t) такого, что рассчитанные по модели макропоказатели экономики России близки к соответствующим статистическим аналогам. В частности, для экономики России в целом справедливы такие оценки [1]: показатели индекса цен на инвестиции в рассматриваемый период $\xi_\Sigma = 0.811$, $\omega_\Sigma = 0.5276$; темп роста труда $\lambda_\Sigma = 0.01124$ отношение начального выпуска к начальному капиталу находится из интервала $\eta_\Sigma \in [0.05,2]$; темп падения капитала в силу естественных причин находим из интервала $\mu_\Sigma \in [-0.2,0.20]$; искомые параметры производственной функции находим из условий $\alpha_\Sigma \in (0,1)$, $\beta_\Sigma > -1$, $\gamma_\Sigma \geq 1$.

Предположим отсутствие научно-технического прогресса, что в модели представлено линейной однородной производственной функцией с $\gamma_\Sigma = 1$.

При каждом заданном наборе фиксированных и варьируемых параметров можно найти решение модели. В результате найдем относительный эффективный капитал $k_\Sigma(t)$ и относительный выпуск $y_\Sigma(t)$. Валовой внутренний продукт (ВВП) в ценах 2000 г. *Y(t)* определяется начальным значением ВВП $\varphi_\Sigma = Y_\Sigma(0)$ = 7305.6. Значение параметра η_Σ определяет начальный уровень эффективного капитала в 2000 г., $K_\Sigma(0) = \varphi_\Sigma / \eta_\Sigma$. Эффективный капитал определяется формулой

$$K_\Sigma(t) = k_\Sigma(t)\varphi_\Sigma / \eta_\Sigma . \tag{23}$$

Труд определяется фиксированными параметрами, определенными подгонкой экспоненциальной функции к статистическим данным: расчетным начальным значением $L_\Sigma(0) = \psi_\Sigma$ = 64.84 и оценкой темпа роста λ_Σ.

$$L_\Sigma(t) = \psi_\Sigma e^{\lambda_\Sigma t} . \tag{24}$$

Инвестиции в основной капитал определяются относительным выпуском $y_\Sigma(t)$ и фиксированными параметрами, включая параметры, определяющие относительный индекс цен на инвестиции $p_\Sigma(t)$.

$$J_\Sigma(t) = \theta_\Sigma \varphi_\Sigma\, y_\Sigma(t) / p_\Sigma(t) . \tag{25}$$

Относительный индекс цен на экспорт $r_\Sigma(t)$ определяется фиксированными параметрами – асимптотой $\kappa_\Sigma = 0.6684$ и темпом падения $\pi_\Sigma = 0.6142$:

$$r_\Sigma(t) = \kappa_\Sigma + (1 - \kappa_\Sigma)e^{-\pi_\Sigma t} ,$$

и вместе с фиксированными параметрами и относительным выпуском $y_\Sigma(t)$ определяет объем экспорта

$$E_\Sigma(t) = \delta_\Sigma \varphi_\Sigma\, y_\Sigma(t) / r_\Sigma(t) . \tag{26}$$

Относительный индекс цен на импорт $s_\Sigma(t)$ определяется фиксированными параметрами – $\zeta_\Sigma = 0.0712$ и $\nu_\Sigma = 0.2602$ -

$$s_\Sigma(t) = 1 - \zeta_\Sigma\, t^2 e^{-\omega \nu_\Sigma t} ,$$

и вместе с фиксированными параметрами и относительным выпуском $y_\Sigma(t)$ определяет объем импорта

$$I_\Sigma(t) = \rho_\Sigma (1 - \delta_\Sigma)\varphi_\Sigma\, y_\Sigma(t) / s_\Sigma(t) . \tag{27}$$

Объем конечного потребления домашних хозяйств, правительственных и общественных организаций страны определяется соотношением

$$Q_\Sigma(t) = Y_\Sigma(t) + s_\Sigma(t) I_\Sigma(t) - p_\Sigma(t) J_\Sigma(t) - r_\Sigma(t) E_\Sigma(t). \quad (28)$$

Параллельные вычисления реализованы с использованием технологии MPI на языке C++.

Каждый из 5 параметров может изменяться задаваемое количество раз в определенном диапазоне. Нижнюю границу диапазонов изменения каждого параметра будем хранить в массиве limits1, верхнюю - в limits2, число изменений по каждому параметру будем хранить в массиве N. Таким образом, общее число итераций по всем параметрам для получения одного решения задачи (NN) вычисляется следующим программным кодом:

```
unsigned int NN = 1; // всего итераций
for (int p = 0; p < NUM_OF_PARAMS; p++) {
      NN *= N[p];
      step[p] = N[p] == 1 ? 0.0 : (limits2[p] - limits1[p]) / (N[p] -
1);
}
```

Этот же программный код вычисляет величину шага изменения каждого параметра step.

Для удобства параллелизации процесса перебора параметров вместо пяти циклов будем работать с одним, с общим числом итераций NN. При каждой итерации этого общего цикла рассчитываются индексы виртуальных циклов при помощи процедуры calcIndexes(), которая выглядит следующим образом:.

```
void calcIndexes(unsigned int iii, int *N, int *i) {
   for (int j = NUM_OF_PARAMS-1; j >= 0; j--) {
         i[j] = iii % N[j];
         iii = (iii - i[j]) / N[j];
   }
}
```

Статистические значения ВРП будем хранить в массиве Y_, а расчетные значения для каждого набора параметров в массиве Y. В качестве критериев близости расчетного и статистического временных рядов используем коэффициент близости *U(X, Y) = 1 - E(X, Y)*, где *E(X. Y)* – индекс Тейла.

Чем выше *U(X, Y)* (чем ближе к единице), тем более близки ряды.

$$U(X,Y) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{t=t_0}^{T}\left(X_t - Y_t\right)^2}{\sum_{t=t_0}^{T} X_t^2 + \sum_{t=t_0}^{T} Y_t^2}} \quad (29)$$

Расчет коэффициента близости производится при помощи функции bliz():

```
float bliz(float *x, float *y, int n) {
   float d1 = 0.0, d2 = 0.0, d3 = 0.0;
   for (int p = 0; p < n; p++) {
         d1 += pow(x[p] - y[p], 2);
         d2 += pow(x[p], 2);
         d3 += pow(y[p], 2);
   }
   return 1.0 - sqrt(d1 / (d2 + d3));
}
```

При расчетах используются несколько констант, которые предварительно идентифицированы из статистических данных. Константы, необходимые для расчетов хранятся в массиве fCONST.

Основной вычислительный цикл выглядит следующим образом

```
for (unsigned int j = jStart; j < jEnd; j++) {
   calcIndexes(j, N, i);

   for (int p = 0; p < NUM_OF_PARAMS; p++) {
         par[p] = limits1[p] + i[p] * step[p];
   }

   float fkLast, y[YEARS], Y[YEARS];
   for (int t = 0; t < YEARS; t++) {
         float fk;
         if (t == 0) {
               fk = 1;
         } else {
               fk = fkLast - par[3] * fkLast + par[4] * fCONST[3] * y[t-
1] / fp(t-1);
         }
         fkLast = fk;

         y[t] = pow(par[0] * pow(fl(t), -par[1]) + (1 - par[0]) *
pow(fk, - par[1]), -par[2] / par[1]);
         Y[t] = y[t] * Y_[0];
   }

   float F = bliz(Y_, Y, YEARS);
   if (/*F < 0.990 && */F > bestF) {
         // найдено решение, лучшее, чем предыдущее
         copyArray(par, bestPar, NUM_OF_PARAMS);
         copyArray(Y, bestY, YEARS);
         bestF = F;
         // как менялось лучшее решение...
         fprintf(perProcLog, "%d %f: ", j, F);
         printFloatArray(par, NUM_OF_PARAMS, perProcLog);

   }
}

float fp(int t) {
   return fCONST[0] + (1 - fCONST[0]) * (1 + t) * exp(-fCONST[1] * t);
}

float fl(int t) {
   return exp(fCONST[2] * t);
}
```

В каждом вычислительном процессе переменные jStart и jEnd вычисляются автоматически согласно номеру процесса:

```
int slice = (int) (NN / numproc);
int jStart = procind * slice;
int jEnd = (procind + 1) * slice;
```

При завершении расчета каждый процесс, отличный от нулевого, посылает нулевому процессу результаты своих расчетов, свое локальное лучшее решение:

```
MPI_Send(&bestF, 1, MPI_FLOAT, 0, 77, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Send(bestPar, NUM_OF_PARAMS, MPI_FLOAT, 0, 77, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Send(bestY, YEARS, MPI_FLOAT, 0, 77, MPI_COMM_WORLD);
```

Нулевой процесс, в свою очередь принимает от остальных процессов решения и выбирает из них наилучшее, отображая его на экран.

Результаты расчетов для первого региона:

```
    Best F = 0.995866835117 [16]
    Best params: 0.696970   -0.909091       1.000000        -0.143434
0.050000
    Best Y: 3652.800049     3849.137695     4068.608154     4314.966309
4592.166016     4904.582520     5257.143555
```

Результаты расчетов для второго региона:

```
    Best F = 0.933533370495 [21]
    Best params: 0.919192   -1.000000       1.000000        -0.200000
1.763636
    Best Y: 3652.800049     3842.076172     4063.633545     4330.198730
4654.158691     5049.332031     5532.004395
```

Было сделано несколько запусков программы на разном количестве процессоров [4,5]. На рисунке 1 приведены графики зависимости времени расчета от числа процессоров при общем числе итераций 100 млн, а на рисунке 2 показано ускорение вычислительного процесса в зависимости от числа процессоров.

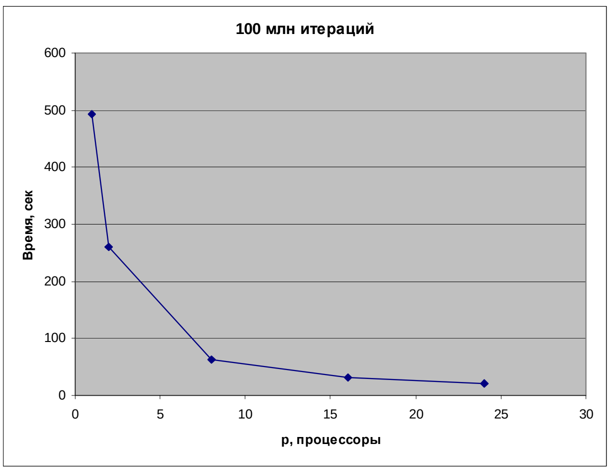

Рис. 1. Зависимость времени расчета от числа процессоров

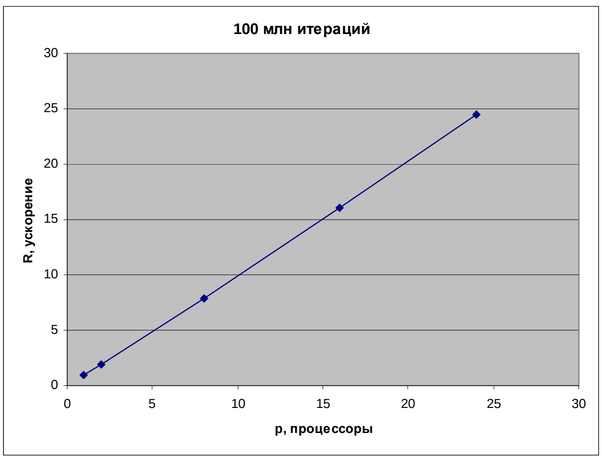

Рис. 2. Ускорение вычислительного процесса в зависимости от числа процессоров

Таким образом, очевидна идеальная параллелизация данной задачи за счет отсутствия межпроцессорных коммуникаций.

Получен работоспособный вариант параметров модели. Расчеты производились на суперкомпьютере Вятского государственного университета HP HPC Enigma X000 «Татьяна».

4. Заключение

В работе использована технология идентификации внешних параметров модели, базирующаяся на высокоскоростных параллельных вычислениях на многопроцессорных системах, параметры экономики каждого региона рассчитывались параллельно.

Литература

1. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
2. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в идентификации динамических моделей экономики // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008): Труды международной научной конференции (Санкт-Петербург, 28 января – 1 февраля 2008 г.). – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2008. – 599 с. с.207-214
3. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в MATLAB при моделировании экономики. // II Всероссийская научная конференция с молодежной научной школой «Математическое моделирование развивающейся экономики», посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева. // Сборник трудов. Киров: ВятГУ, 2007.
4. Оленев Н.Н., Кощеев А.В. // Параллельные вычисления с моделью экономики взаимодействующих регионов // 8-я Международная Конференция. Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах (HPC-2008). // Труды конференции – Казань: Изд. КГТУ, с. 319
5. Кощеев А.В., Оленев Н.Н. Параллельные вычисления с моделью экономики взаимодействующих регионов. II. // Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук // Труды 51 науч. конф. МФТИ, Москва, 2008. – с.106-108