

Моделирование динамики плазмы в прерывателе тока с использованием высокопроизводительного вычислительного кластера

В.Е. Карпов, А.И. Лобанов

В последнее время стали актуальными задачи исследования динамики плазмы в плазменных прерывателях тока (ППТ), поскольку ППТ могут использоваться как части более мощных мегаамперных экспериментальных установок. Процессы, происходящие в ППТ, характеризуются нетривиальной динамикой. При проведении натуральных экспериментов затруднена детализация наблюдаемых явлений, не все величины могут быть непосредственно измерены. Большое значение приобретает их математическое моделирование. В работе рассматривается математическая модель, основанная на уравнениях электронной магнитной гидродинамики (ЭМГ), включающей члены, описывающие эффект Холла (он имеет принципиальное значение из-за разреженности плазмы). Вклад диссипативных процессов учитывается по формулам С. И. Брагинского. Реализованы конечно-разностные схемы на подробной расчетной сетке. Подготовка натуральных экспериментов требует проведения не одного, а серии вычислений для подбора необходимых параметров. При использовании последовательных программ время одного расчета составляет несколько суток. В силу необходимости была реализована параллельная версия программного комплекса. Расчеты, проведенные на кластере МФТИ-60, показывают хорошее согласие с экспериментальными данными.

1. Введение

Плазменные прерыватели тока (ППТ) являются эффективными и относительно дешевыми устройствами для обострения мощности. Это обстоятельство делает привлекательным их применение в программах термоядерных исследований в качестве составных частей сложных установок [1]. В частности, рассматриваются варианты применения ППТ в качестве выходного каскада сверхмощных генераторов для экспериментов по инерциальному термоядерному синтезу (ИТС). Исследуется возможность применения плазменного прерывателя тока в качестве оконечного каскада обострения для мегаджоульных генераторов с типичной величиной электрического тока 50–60 МА, в частности, установки следующего поколения «Байкал» [2, 3]. Результаты физических экспериментов по изучению ППТ приведены в [4]. В частности, отмечено, что стабилизация плазмы внешним магнитным полем в установках класса ППТ приводит к значительно меньшим перемещениям плазмы внутри экспериментальной камеры.

В ходе экспериментального изучения динамики высокотемпературной плазмы существенную роль играет характер проникновения магнитного поля в плазму. Для теоретического исследования протекающих при этом процессов широко применяется численное моделирование. В ряде теоретических и экспериментальных работ было показано, что в режиме электронной магнитной гидродинамики (когда существенен эффект Холла) поле быстрее проникает в плазму вдоль анода. Токовые петли, образующиеся при ЭМГ-диффузии магнитного поля, могут приводить к локальному нагреву плазмы и повышению давления вблизи анода — так называемому «анодному взрыву». Обзор эффектов ЭМГ и теоретическое обоснование основных уравнений содержится в [5]. Динамика плазмы в ППТ носит сложный характер и для детализации процессов в устройствах такого рода представляет интерес численное моделирование.

В рамках Российской программы «Байкал» по созданию сверхмощного генератора (80 МА, 10 МВ) для экспериментов по ИТС в РНЦ «Курчатовский институт» ведутся работы по изучению возможности применения плазменного прерывателя тока (ППТ) в качестве оконечного обострителя мощности такого генератора. В том числе создается ППТ для установки МОЛ (4–6 МВ, 3 МА, 100 нс), моделирующей схему сверхмощного генератора.

Показано, что наиболее эффективным (с точки зрения величины получаемого напряжения) является эрозийный ППТ во внешнем магнитном поле, т.е. ППТ, работающий в режиме

«классической» эрозии или ЭМГ-режиме. Получен ряд экспериментальных зависимостей, позволяющих проводить расчет ППТ в диапазоне токов до ~ 1 МА и напряжений до 4 МВ. Показана принципиальная возможность применения ППТ в программе «Байкал».

Хотя результаты экспериментального изучения ППТ позволяют создать некоторое представление о механизме его работы и способах воздействия на происходящие в нем процессы, было бы крайне полезно проведение математического моделирования процессов ППТ во внешнем магнитном поле. Это позволило бы не только более уверенно ориентироваться в физике плазменного диода — ППТ, но и расширило бы рамки применимости ЭМГ рассмотрения в лабораторной и космической плазме.

Для проведения численных расчетов динамики плазмы в ППТ предполагается использовать опыт, накопленный участниками проекта при моделировании процессов в другом классе установок — плазменных размыкателях. Но переход к другому классу установок сопровождается изменением математической модели и, как следствие, изменением применяемого класса численных методов.

Электронная магнитная гидродинамика является новой областью физики плазмы, относящейся к широкому спектру параметров, лежащих между обычным МГД режимом и режимом разделенных пространственных зарядов. ЭМГ-явления характерны для импульсной термоядерной плазмы, разреженной космической плазмы, плазмы полупроводников и металлов. Эти эффекты важны не только для фундаментальных плазменных исследований, но и для многих приложений. Динамика плазмы в диапазоне параметров ЭМГ во многих отношениях принципиально отлична от традиционной МГД — прежде всего, не магнитное поле оказывается вмороженным в вещество, но обобщенный импульс электронов в электронное (токовое) течение. Важной проблемой становится адекватное численное моделирование основных проявлений ЭМГ эффектов в рамках "технологичных" МГД моделей.

Планируется создать адекватную математическую модель, описывающую динамику плазмы в широком диапазоне температур и давлений с учетом эффектов ЭМГ. При этом предполагается обобщить опыт творческого коллектива, накопленный при решении других задач динамики плазмы с учетом ЭМГ эффектов.

Ввиду того, что при моделировании динамики плазмы в подобных установках существенную роль играют быстрые мелкомасштабные эффекты, необходимо использовать подробные расчетные сетки и малые шаги по времени. Это ведёт к необходимости использования параллельных вычислений и построения хорошо распараллеливаемого численного метода для использования на системах с распределенной памятью.

2. Постановка задачи

Экспериментальная камера установки представляет собой систему из двух коаксиальных цилиндрических электродов, окруженных кольцевыми соленоидами прямоугольного сечения,

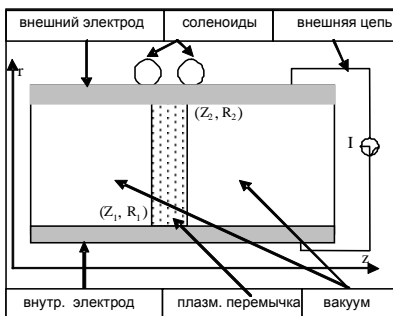


Рис. 1. Схема установки

создающими постоянное магнитное поле. Размеры плазменной камеры могут варьироваться в ходе экспериментов. Электроды подключены к электрической цепи, содержащей генератор импульса тока (генератор Маркса). Более подробное описание устройства установки и проводимых с ее применением экспериментов содержится в [1, 5]. В начальный момент времени плазма занимает следующее пространство между электродами: $R_1 < r < R_2$, $Z_1 < z < Z_2$ (рис. 1). Температура стенок камеры поддерживается постоянной.

Плазменная перемычка выдувается из сопла. В расчетах считается, что средний заряд иона плазмы равен единице. Границы плазменной перемычки достаточно резкие, а остальная часть камеры заполнена малоплотной нейтральной плазмой. Концентрация плазмы в этой области полагается на несколько порядков ниже концентрации в перемычке.

3. Математическая модель

Гидродинамическая часть задачи описывается следующей математической моделью движения нейтральной плазмы внутри установки (с учетом токовой скорости электронов, что фактически вводит в рассмотрение двухжидкостность плазмы):

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n \mathbf{v}) &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{A m_p n} \nabla P_\Sigma + \frac{1}{A m_p n} \left(\frac{\mathbf{j}}{c} \times \mathbf{B} \right), \\ \mathbf{v}_e &= \mathbf{v} - \frac{1}{c e n} \mathbf{j}, \\ \frac{\partial T_e}{\partial t} + (\mathbf{v}_e, \nabla) T_e + \frac{2}{3} \operatorname{div}(\mathbf{v}_e T_e) &= -\frac{2}{3n} \operatorname{div} \mathbf{q}_e + \frac{2}{3n} Q_{ie} + \frac{2}{3n} Q_j, \\ \frac{\partial T_i}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) T_i + \frac{2}{3} \operatorname{div}(\mathbf{v} T_i) &= -\frac{2}{3n} \operatorname{div} \mathbf{q}_i - \frac{Q_{ie}}{n},\end{aligned}$$

дополненной уравнениями состояния идеальной плазмы:

$$P_e = n T_e, \quad P_i = n T_i, \quad P_\Sigma = P_e + P_i.$$

Уравнения записаны в энергетических единицах, постоянная Больцмана принята равной 1. Для условий экспериментов на рассматриваемой установке предполагается, что средний заряд иона плазмы равен 1 и практически не меняется по ходу процессов.

В уравнениях приняты следующие обозначения: n — концентрация ионов в плазме, \mathbf{v} — скорость ионов, \mathbf{v}_e — электронная токовая скорость; \mathbf{j} и \mathbf{B} — плотность тока и напряженность магнитного поля; P_e и T_e , P_i и T_i — соответственно электронные и ионные давление и температура, P_Σ — полное давление; A — атомный вес иона плазмы, e и m_p — заряд электрона и масса протона соответственно, c — скорость света, \mathbf{q}_e — электронный тепловой поток, Q_{ie} — обмен энергией между электронами и ионами за счет столкновений, Q_j — джоулев нагрев.

Для электронного и ионного тепловых потоков использовались формулы С. И. Брагинского (см, например, [6]):

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_e &= -0.71 n T_e \mathbf{u}_\parallel - \frac{3}{2} \frac{n T_e}{\omega_{Be} \tau_e} \left[\mathbf{b} \times \frac{\mathbf{j}}{n e} \right] - 3.16 \frac{n T_e \tau_e}{m_e} \nabla_\parallel T_e - \frac{4.66 n T_e \tau_e}{m_e (\omega_{Be} \tau_e)^2} \nabla_\perp T_e - \frac{5}{2} \frac{c n T_e}{\omega_{Be} \tau_e |\mathbf{B}|} [\mathbf{b} \times \nabla T_e], \\ \mathbf{q}_i &= -3.9 \frac{n T_i \tau_i}{M} \nabla_\parallel T_i - \frac{2 n T_i \tau_i}{m_e (\omega_i \tau_i)^2} \nabla_\perp T_i + \frac{5}{2} \frac{c n T_i}{(\omega_i \tau_i)^2} [\mathbf{b} \times \nabla T_i].\end{aligned}$$

Здесь использовано обозначение $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|}$, операторы ∇_\parallel и ∇_\perp обозначают производные электронной температуры вдоль и поперек направления магнитного поля соответственно, $\omega_{Be} \tau_e$ и $\omega_i \tau_i$ — параметры замагниченности (Холла) для электронов и ионов соответственно.

Существенную роль эффекты ЭМГ играют при моделировании проникновения магнитного поля в плазму. В рассматриваемой постановке задача сводится к решению системы уравнений Максвелла в двумерном случае с учетом эффектов ЭМГ. Ниже приведена система уравнений эволюции электромагнитного поля:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -c \operatorname{rot} \mathbf{E}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0,\end{aligned}$$

$$\mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{B},$$

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} (\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) + \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{en_e} (\nabla P_e - \mathbf{R}),$$

где термосмещения определяются по формуле

$$\mathbf{R} = -0,71 n_e T_e - 1,5 \frac{n_e}{\omega_{Be} \tau_e} \frac{(\mathbf{B} \times \nabla T_e)}{|\mathbf{B}|}.$$

Здесь \mathbf{E} — напряженность электрического поля, σ — проводимость, n_e — концентрация электронов.

Выделение тепловой энергии в плазме (в том числе, за счет джоулева нагрева)

$$Q_j = \frac{(\mathbf{j}, \mathbf{j})}{\sigma} + \frac{1}{ne} (\mathbf{j}, \mathbf{R}).$$

Параметр замагниченности (Холла) будем оценивать по формуле $\omega_{Be} \tau_e = 3,5 \cdot 10^4 \frac{e}{N_0 cm_e} \frac{|\mathbf{B}| T_e^{3/2}}{n}$. При

этом полученные значения параметра Холла из физических соображений принудительно ограничиваются в диапазоне от 1 до 100. Для проводимости использовано выражение [6]

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau_e}{m} \sim T_e^{3/2}.$$

Естественными граничными условиями для скоростей служат условия непроницаемости стенок установки для ионов, т.е. равенства нулю нормальной компоненты вектора ионной скорости на границах области: $v_r = 0$ на верхнем и нижнем электродах, $v_z = 0$ на левой и правой границах. На границах области задаётся постоянное значение температуры. На электродах задавалось условие на тангенциальную компоненту напряженности электрического поля $\mathbf{E}_\tau = 0$. Для расчёта азимутального компонента магнитного поля на электродах использовались следующие граничные условия: на левой границе области $B_\phi = 0$. На правой границе области магнитное поле связано с полным током во внешней электрической цепи соотношением:

$$B_\phi = \frac{2I(t)}{cr},$$

здесь $I(t)$ — ток во внешней цепи, r — текущий радиус точки границы плазмы. Для предварительных расчетов без учета внешней электрической цепи использовался модельный закон изменения полного тока

$$I(t) = I_0 \sin \frac{\pi t}{2T_{imp}},$$

где T_{imp} — время нарастания импульса.

При обезразмеривании уравнений в качестве характерных масштабов использовались: концентрация электронов в плазме n_0 , длина установки L_0 , масштаб электронной температуры

$Te_0 = 1$ эВ, масштаб времени $t_0 = L_0 \sqrt{\frac{m_p}{Te_0}}$, масштаб магнитного поля $B_0 = \sqrt{n_0 Te_0}$, тока

$$j_0 = \frac{cB_0}{L_0} = \frac{c\sqrt{n_0 Te_0}}{L_0}, \text{ электрического поля } E_0 = \frac{B_0 L_0}{ct_0} = \frac{Te_0}{c} \sqrt{\frac{n_0}{m_p}}.$$

4. Построение разностной схемы.

В силу цилиндрической симметрии рассматриваем сечение рабочей области плоскостью $r-z$. В расчетной области введём прямоугольную сетку, границы которой совпадают с

границами области. Термодинамические величины ($T_e, P_e, \sigma, n_e, \omega_e, \tau_e$) и напряженность магнитного поля \mathbf{B} отнесены к центрам соответствующих ячеек (будем обозначать такие величины с индексом c), потоки — к серединам соответствующих граней, а скорости (\mathbf{v}_e, \mathbf{v}) — к углам ячеек (будем обозначать подобные величины с индексом n). Векторные величины плотности тока \mathbf{j} , напряженности электрического поля \mathbf{E} и термосмещений \mathbf{R} также будем относить к углам ячеек. Для удобства реализации однородного алгоритма на границах области для величин, отнесенных к центрам ячеек, вводятся фиктивные ячейки. Значения указанных величин определяются в фиктивных ячейках так, чтобы удовлетворять граничным условиям.

На первом этапе расщепления по физическим процессам рассматривается магнитогидродинамическая модель без учета диссипативных эффектов. Явная разностная схема для решения уравнений строилась с помощью интегро-интерполяционного метода [7]. На втором этапе расщепления рассматриваются уравнения эволюции магнитного поля. Отдельно строилась явная разностная схема повышенного порядка точности на нерасширенном шаблоне [8] для учета переноса поля, для диссипативных слагаемых строилась консервативная неявная аппроксимация. На следующем этапе расщепления по физическим процессам решаются уравнения электронной теплопроводности при замороженном течении. Для аппроксимации всех уравнений использовалась дивергентная форма записи, чтобы по возможности соблюдались законы сохранения на разностном уровне, хотя консервативность разностной схемы отдельно не доказана. На последнем этапе расщепления для каждой ячейки решаются системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих электронно-ионные обмены.

Описать полностью разностные схемы не позволяют объемы статьи (это более 10 страниц).

5. Оценка эффективности распараллеливания и масштабируемости.

Обзор методов, применяемых для распараллеливания сложных задач математической физики, содержится в [9]. Теоретические оценки показали пригодность выбранной схемы для эффективного распараллеливания расчетов на высокопроизводительном кластере из одинаковых компьютеров. Целесообразным является применение статического варианта геометрического распараллеливания (расчетная область делится между различными процессами с последующим обменом данными между ними на границах созданных подобластей) с выделением зон ответственности процессоров по радиальному направлению. Подобное деление зон ответственности обеспечивает практически равномерную загрузку элементов кластера.

Для решения систем алгебраических уравнений, возникающих при разностной аппроксимации с использованием неявных схем для решения уравнений теплопроводности и эволюции магнитного поля, использован красно-черный вариант метода последовательной верхней релаксации (SOR). Анализ выполнения последовательного варианта программы показал, что выполнение всех обращений к SOR и всей остальной части программы занимает примерно одинаковое время. Поэтому необходимо распараллеливание всех модулей программы.

Анализ передачи данных между модулями приводит к выводу, что для оптимизации передачи информации при геометрическом распараллеливании требуется перекрытие на 4 ячейки расчетной сетки. Для обеспечения балансировки загрузки процессоров при геометрическом распараллеливании нарезка областей по процессорам проводится вдоль оси z , чтобы при распространении возмущений (ударных волн, контактных и тангенциальных разрывов) на любой процессор приходилось одинаковое количество ячеек, в которое дошло возмущение.

Теоретические оценки ускорения с учетом замера времен передачи информации на кластере МФТИ-60 [10] составили для 4 ядер 2,9 раза, а для 16 ядер — 8,05 раза. Реальное ускорение, полученное при расчетах, составило 3,2 для 4 ядер и 10,85 для 16 ядер. Дальнейшее увеличение числа ядер возможно при увеличении размеров расчетной сетки при примерном сохранении времени счета. Занижение теоретических оценок ускорения при параллельной реализации связано с тем, что теоретический анализ предполагал наихудшие условия для работы SOR.

6. Направление исследований.

К настоящему времени исчерпаны возможности проведения расчетов на последовательных машинах. Для плазменной камеры длиной 90 см с радиусом внутреннего электрода $R_1 = 1$ см, радиусом внешнего электрода $R_2 = 8$ см с концентрацией в малоплотной области 10^{12} и реалистичным уравнением внешней цепи необходимо использовать созданный параллельный вариант программы, включающий в себя также описание тепловых потоков за счет ионов и уравнения внешней электроцепи. Кроме того, необходимо использование подробных сеток порядка 1000×1000 .

Литература

1. *Н. У. Баринов, С. А. Будков и др.* Модернизированная установка РС-20 для исследования характеристик плазменного прерывателя тока. // Приборы и техника эксперимента, 2002, № 2, с. 112–119.
2. *Yu. G. Kalinin, Yu. L. Bakshaev, A. A. Bartov, et al*, Proceedings of 29th EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion, 2002, Montreux, Switzerland, P-4.023A.S.
3. *A. S. Kingsep, A. A. Altukhov, Yu. L. Bakshaev, et al*, Proceedings of XV International Conference BEAMS'04, S-Petersburg, 2004, WE-O7-1.
4. *А. А. Алтухов, Г. И. Долгачев и др.* Плазменный прерыватель тока для установки МОЛ // Физика плазмы, 2005, т. 31, № 12, с. 1104–1113
5. *А. С. Кингсеп, К. В. Чукбар, В. В. Яньков.* Электронная магнитная гидродинамика // Вопросы теории плазмы, М.: Энергоатомиздат, 1987, вып. 16, с. 209–250.
6. *А. И. Морозов.* Введение в плазмодинамику. — М.: Физматлит, 2006. — 576 с.
7. *А. А. Самарский, Ю. П. Попов.* Разностные методы решения задач газовой динамики — М.: Наука, 1980 — 392 с.
8. *А. И. Толстых* Компактные разностные схемы и их применение в задачах аэрогидродинамики. — М.: Наука, 1990. — 230 с.
9. *J. Dongarra, J. Foster et al.* Sourcebook of parallel computing. — Elsevier Science, 2003 — 842 p.
10. *Н. И. Хохлов.* Тестирование латентности и пропускной способности библиотеки MPI в сети myrinet / Труды 51 научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», часть VII, Управление и прикладная математика, том 2 — М.: МФТИ, 2008 — С. 111–112.