Поиск траектории движения летательного аппарата по полю высот*

В.И. Бердышев, Я.В. Малыгин

Рассматривается задача поиска траектории движения летательного аппарата, проходящей через области с минимальной ошибкой навигации. Навигация осуществляется по информации о поле высот в целом и фрагменту поля, снятому при движении аппарата. Описывается параллельный алгоритм поиска и полученные результаты.

1. Введение

Задача навигации состоит в определении местоположения летательного аппарата (ЛА): координат центра масс t и ориентации a по информации о геофизическом поле в целом и по фрагменту поля, снятому ЛА при движении. В качестве геофизического поля рассматривается поле высот F, заданное на области $Q \subset \mathbf{R}^2$. Рельеф определяется графиком $graphF$.

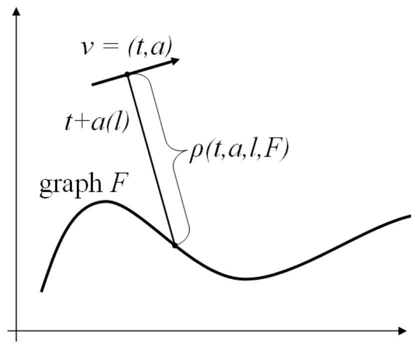

Рис. 1. Местоположение ЛА над рельефом

Пусть ЛА находится в точке $v = (t, a) \in \mathbf{R}^6$. Фрагмент поля снимается ЛА посредством сканирующего луча $l \in \triangle$, где $\triangle = \{l\}$ – заданный конус сканирования. Через $\rho(t, a, l, F)$ обозначим наклонную дальность между точкой t и graph F вдоль луча $a(l)$ (см. рис. 1). Набор наклонных дальностей при $l \in \triangle$ назовем фрагментом поля и обозначим его $\varphi_{t,a}(l, F)$. При фиксированном v из некоторой ограниченной области V возможных значений можно определить минимальное уклонение между фрагментами в точке v.

$$d(v, F) = \inf_{(T,A)\in V} ||\varphi_{t,a}(l, F) - \varphi_{T,A}(l, F)||_\triangle.$$

Эта задача решается на бортовом компьютере [1, 2].

Пусть $v^*(v, F)$ – одно из решений этой задачи. Будем считать его вычисленным местоположением ЛА. Расстояние между истинным положением ЛА и вычисленным назовем ошибкой навигации в точке v: $D(v) = \rho(v, v^*(v))$.

2. Построение алгоритма

Траектория движения (ЛА) состоит из чередующихся участков двух типов:
1. зона коррекции, в которой ЛА осуществляет сканирование поля высот и определение координат с последующей корректировкой курса.

*Работа поддержана программой 14 Президиума РАН, раздел I и грантом РФФИ (проект № 08-01-00325)

2. зона "слепого"полета, в которой движение ЛА определяется заданной траекторией с учетом последней корректировки; накапливаемое на этом участке отклонение от курса определяется техническими параметрами ЛА и должно быть скомпенсировано в следующей зоне коррекции.

Оптимальная с точки зрения навигации траектория движения ЛА должна быть выбрана так, чтобы ее зоны коррекции находились в районах с ошибкой навигации не больше некоторой наперед заданной величины D_{max}. Нахождение траектории движения осуществляется до запуска ЛА и, в связи со значительным объемом вычислений, может выполняться на многопроцессорном вычислительном комплексе [2].

Для упрощения расчетов предполагаем, что высота полета ЛА постоянна, т.е. его положение определяется двумя пространственными координатами (x, y) и азимутом α: $v = (x, y, \alpha) \in \mathbf{R}^3$. Сама же траектория представляет собой ломаную, вершины которой являются зонами коррекции, а отрезки — зонами "слепого"полета.

Исходными условиями (У) для задачи поиска траектории являются:
- допустимая величина ошибки навигации D_{max};
- функция ошибки навигации для поля высот в точке в зонах коррекции $D(v) \leq D_{max}$;
- начальная и конечная точка траектории v_0 и v_n;
- расстояние между соседними зонами коррекции удовлетворяет условию:
$r_{min} \leq \rho((x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})) \leq r_{max}$;
- изменение угла азимута между соседними зонами коррекции $|\alpha_i - \alpha_{i+1}| \leq \alpha_{min}$.

Поле высот F задано на сетке $N_1 \times N_2$, а допустимые значения азимута α дискретизированы. Для поиска кратчайшей траектории, которая удовлетворяет указанным выше условиям, была использована модификация алгоритма Дейкстры [3] поиска кратчайшего пути на графе. Вершины этого графа соответствуют всевозможным значениям v на сетке, а дуги есть только между вершинами, удовлетворяющими набору условий (У). Вес дуги равен расстоянию $\rho((x_i, y_i), (x_j, y_j))$. При переходе к следующему шагу алгоритма Дейкстры к текущей найденной величине длины пути добавляется небольшой штраф, что дает преимущество тем траекториям, которые состоят из как можно меньшего числа отрезков.

Для вычислительных экспериментов в качестве поля высот были использованы данные нескольких географических областей. В качестве конуса сканирования $\triangle$ взят симметричный набор из 5 лучей, лежащих в одной плоскости, с угловым расстоянием между соседними лучами в $5°$. Данные полей высот были взяты в Интернете:
http://srtm.csi.cgiar.org/SELECTION/inputCoord.asp.

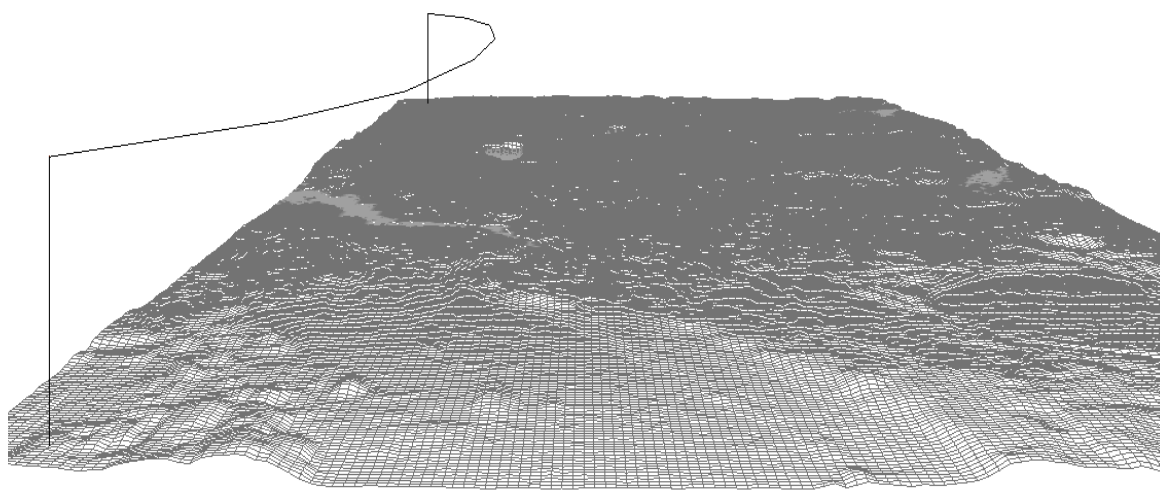

Рис. 2. Вычисленная траектория.

Результат работы алгоритма поиска оптимальной траектории представлен на рис. 2. Здесь поле высот задано на сетке размером 430×161 с шагом 30 м.

На рис. 3 изображены сравнительные схемы найденных траекторий при разных ограничениях на D_{max} и α_{max}.

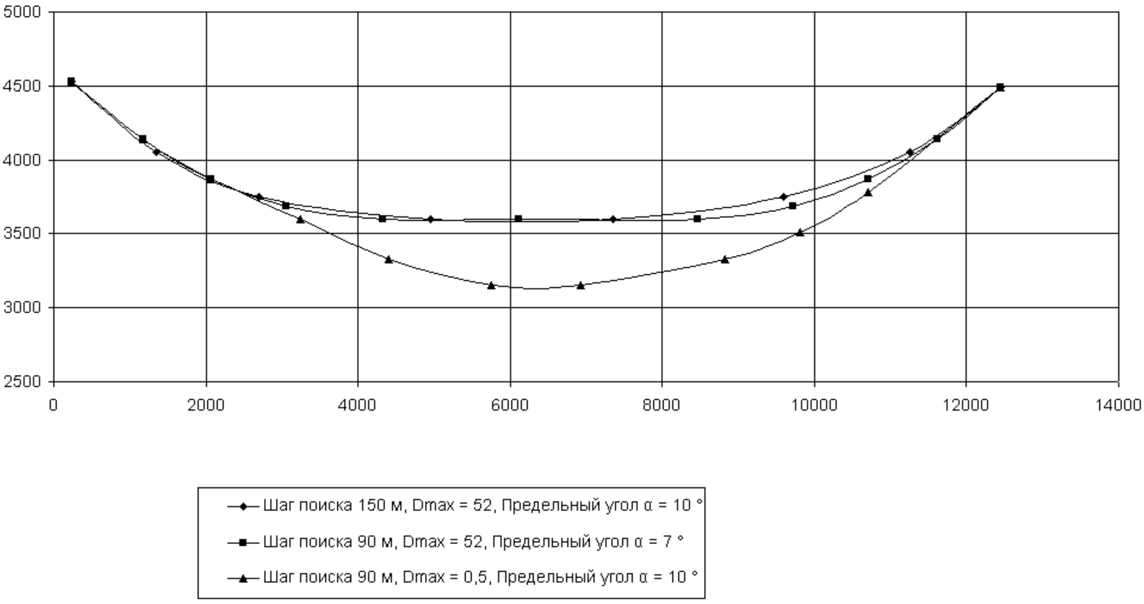

Рис. 3. Сравнительные схемы траекторий.

3. Распараллеливание алгоритма

Ошибку навигации можно просчитать заранее для всего региона, подробнее см. в [2]. Как показывают эксперименты, в реальных задачах вычисление ошибок навигации требуются не во всех узлах региона, а лишь для 5-10% от их общего количества. Между тем, такие вычисления требуют больших вычислительных затрат. Поэтому была разработана модификация алгоритма, в которой ошибка навигации вычисляется непосредственно при проходе алгоритма Дейкстры, т.е. лишь для некоторых узлов сетки. Чтобы исключить повторные вычисления $D(v)$ в уже посчитанных узлах, значения этих вычислений необходимо сохранять в оперативной памяти. Узлы с уже посчитанными значениями могут быть достаточно сильно разбросаны по сетке, и для их хранения предложено использовать механизм квадродеревьев [4], который позволяет осуществлять поиск и добавление элементов за время, примерно пропорциональное глубине дерева.

Вся область Q (как правило прямоугольная), на котором задано поле высот F, разбивается на 4 потомка, с каждым из которых связан список вычисляемых значений ошибок навигации для v, пространственные координаты (x, y) которого принадлежат данному потомку. Вновь вычисляемое значение ошибки добавляется в соответствующий список. Если для какого-либо потомка длина списка становится слишком большой, то этот потомок делится на четыре части, и его список элементов также распределяется между этими частями. Такое заполнение и деление квадродерева продолжается до завершения процедуры поиска.

Параллельный алгоритм поиска траектории движения ЛА действует следующим образом: один из вычислительных узлов (ВУ) комплекса назначается ведущим. На нем выполняется алгоритм Дейкстры, а также хранится квадродерево вычисленных значений ошибок навигации. При выполнении очередного шага алгоритма Дейкстры ведущий ВУ определяет список вершин графа, для которых необходимо вычислить $D(v)$, и назначает свободным ведомым вычислительным узлам соответствующие задания. Ведомые ВУ передают результаты счета ведущему ВУ, который записывает их в квадродерево.

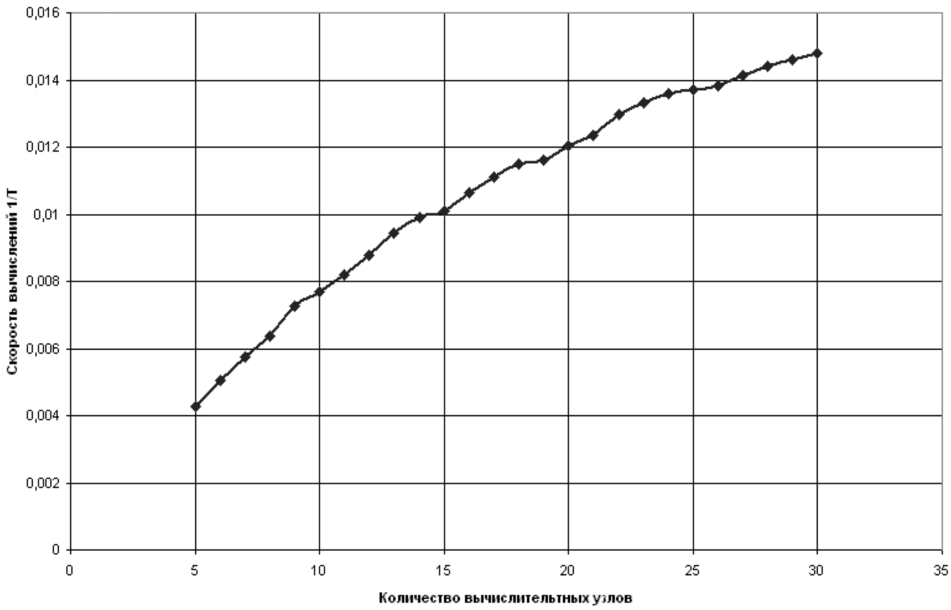

Рис. 4. Зависимость скорости вычисления от количества вычислительных узлов.

На рис. 4 изображена зависимость скорости решения задачи поиска от количества вычислительных узлов. При относительно малом количестве узлов зависимость близка к линейной. Однако скорость выполнения алгоритма Дейкстры на ведущем узле является примерно постоянной, что сказывается на скорости решения всей задачи при увеличении количества узлов.

4. Заключение

Планируется продолжить работу по поиску траектории движения ЛА с различными критериями оптимальности, проходящей через области с минимальной ошибкой навигации. В качестве таких критериев оптимальности предполагается рассмотреть параметры, влияющие на живучесть объекта на всей траектории полета (скрытность, уязвимость и т.д.).

Литература

1. Бердышев В.И., Костоусов В.Б. Экстремальные задачи и модели навигации по геофизическим полям.// Научное издание. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. 270 с.

2. Бердышев. В.И., Малыгин Я.В. Задача навигации. Аппроксимация поля высот. // Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2007): труды Международной научной конференции (Челябинск, 29 января - 2 февраля 2007г.). - Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2007. - Т.1. - с. 28-30.

3. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. - М.: Мир, 1979.

4. Препарата Ф. Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. - М.: Мир, 1989. - 478 с.