

Параллельные вычисления в идентификации динамической модели экономики Кировской области*

Оленёв Н.Н., Фетинина А.И.

Динамические модели региональной экономики содержат большое число параметров, которые трудно определить напрямую из данных статистики. Для определения таких параметров удобно использовать параллельные вычисления при верификации модели по статистическим временным рядам макропоказателей экономики. Параметры оцениваем на основе максимизации свертки критериев близости расчетных и статистических данных. Параллельная программа идентификации модели написана на языке C++ с использованием интерфейса передачи сообщений MPI и реализована на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета. Идентификация параметров модели по данным Кировской области позволяет использовать ее в аналитических расчетах. Дана оценка эффективного капитала, реально используемого в процессе областного воспроизводства. Рассчитаны два возможных сценария развития экономики Кировской области: мобилизационный и инновационный.

1. Введение

Высокопроизводительные вычисления на кластерных системах позволяют идентифицировать и использовать в реальной практике аналитических расчетов сложные математические модели региональной экономики с большим числом параметров и, следовательно, более адекватно оценивать реальное состояние экономики региона.

В настоящей работе рассмотрена односекторная динамическая модель региональной экономики, но на ней показаны основные проблемы, которые возникают при идентификации региональной экономики и пути решения этих проблем с помощью высокопроизводительных вычислений. Основная проблема региональных моделей экономики состоит в том, что ее параметры трудно определить на основе экономической статистики, имеющейся в распоряжении исследователей. Многие параметры модели поэтому приходится определять в процессе верификации модели при сравнении результатов модельных расчетов макропоказателей экономики региона с их статистическими временными рядами.

2. Описание модели

Рассмотрим динамическую модель экономики Кировской области.[1]. Будем измерять валовой региональный продукт (ВРП) Кировской области в постоянных ценах 2000 г. Считаем, что ВРП Кировской области $Y(t)$ определяется однородной производственной функцией с постоянной эластичностью замещения.

$$Y(t) = Y_0 \left[a(L / L_0)^{-b} + (1 - a)(K / K_0)^{-b} \right]^{-1/b}, \quad (1)$$

где $Y_0, L_0, K_0, a \in (0,1), b$ - параметры. Параметры производственной функции обычно определяют изолированно от других параметров модели по данным экономической статистики для временных рядов тех переменных, которые непосредственно входят в производственную функцию. Но на исследуемом промежутке времени 2000-2007 гг. статистические значения капитала имеют отдаленную связь с капиталом, фактически используемым в общественном воспроизводстве, как в экономике страны [2], так и в экономике Кировской области. Так, учитываемый статистикой объем областного выпуска не имел постоянной тенденции, незначительно

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 08-01-00377, 07-01-00563), гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (проект № НШ-2982. 2008.1), ПФИ Президиума РАН П 2, ПФИ ОМН РАН № 2.

варьируясь как в сторону снижения, так и в сторону увеличения, число занятых в экономике снижалось, а статистически оцениваемый объем капитала практически не менялся. На выпуск же оказывает влияние только капитал, вовлеченный в процесс воспроизводства, имеющий объективную стоимость, некий "эффективный" капитал, который выражен в постоянных ценах 2000 г. и величину которого в Кировской области мы и попытаемся здесь оценить.

Труд, измеряемый в рассматриваемой модели среднегодовым числом занятых в народном хозяйстве области, меняется с постоянным темпом γ (при $\gamma < 0$ падает).

$$dL / dt = \gamma L(t), \quad L(0) = L_0. \quad (2)$$

Капитал (эффективная стоимость производственных фондов)

$$dK / dt = J(t) - \mu K(t), \quad K(0) = K_0, \quad (3)$$

где $\mu > 0$ - темп выбытия (амортизации) капитала. Пусть в каждый момент времени t выполняется продуктовый баланс в постоянных ценах (ценах 2000 года)

$$Y(t) + s(t)I(t) = Q(t) + p(t)J(t) + s(t)E(t), \quad (4)$$

где $Y(t)$ - валовой региональный продукт (ВРП, выпуск) в постоянных ценах, $J(t)$ - объем инвестиций, $E(t)$ - объем экспорта, $I(t)$ - объем импорта, $Q(t)$ - объем потребления домашних хозяйств, государственных и общественных организаций в ценах выпуска; $s(t)$ - относительный индекс цен на импорт, $p(t)$ - относительный индекс цен на инвестиции, а $r(t)$ - относительный индекс цен на экспорт.

3. Описание исходных данных и прямых оценок параметров

На основе статистических данных за 2000-2007 гг. (табл. 1-2) определены объемы инвестиций $J(t)$, экспорта $E(t)$ и импорта $I(t)$ в постоянных ценах 2000 г. постоянными параметрами: долей σ текущей стоимости инвестиций в сумме текущих стоимостей выпуска и импорта, долей δ экспорта в выпуске (по их текущим стоимостям), отношением ρ импорта к разнице ВРП и экспорта (по их текущим стоимостям).

$$\sigma = \frac{p(t)J(t)}{Y(t) + s(t)I(t)}, \quad \delta = \frac{r(t)E(t)}{Y(t)}, \quad \rho = \frac{s(t)I(t)}{Y(t) - r(t)E(t)}. \quad (5)$$

Для идентификации модели надо задать изменение внешних интенсивных параметров модели: трех относительных цен $r(t)$, $s(t)$, $p(t)$, - а также определить семь постоянных параметров $a, b, \gamma, \mu, \sigma, \delta, \rho$ и три начальных значения Y_0, K_0, L_0 таким образом, чтобы расчетные временные ряды макропоказателей (переменных модели) были близки к статистическим временным рядам соответствующих макропоказателей экономики Кировской области.

Представим используемые статистические данные в виде табл. 1. Источник данных - Федеральная служба государственной статистики РФ. Составляющие ВРП Кировской области приведены в постоянных ценах 2000 г. в млн. рублей, труд выражен в тыс. чел. Оценка индексов относительных цен получена следующим образом: индекс цен производителей в строительстве служит индексом цен на инвестиции, индекс цен производителей промышленной продукции используется для оценки индекса цен на вывозимую продукцию, индекс потребительских цен РФ взят в качестве индекса цен на импорт. Такие оценки применяются в качестве статистических данных для нахождения по ним идентифицируемых значений. Значения величины $Q(t)$ определены по балансу (4).

Таблица 1. Статистические временные ряды макропоказателей Кировской области (начало) Источник данных: www.gks.ru и собственные расчеты.

год	L	r	s	p	Y
2000	734,3	1	1	1	38111,6
2001	708,8	0,950086	1,009466	1,024096	37933,13
2002	707	0,834355	0,946323	0,924637	35396,75
2003	701,7	0,918819	0,943824	0,888009	36035,91
2004	712,4	0,923647	0,922336	0,84602	38603,85
2005	714,6	0,925293	0,914937	0,833955	38951,41
2006	706,1	0,942293	0,877315	0,827389	41042,4
2007	735	0,948725	0,844378	0,837978	41938,93

Таблица 2. Статистические временные ряды макропоказателей Кировской области (окончание)

год	I	J	E	Q
2000	27315,98	4275	34051,28	27101,3
2001	28439,96	4096,975	33891,82	30246,47
2002	28948,55	4272,232	31625,67	32454,12
2003	31909,04	5288,774	32196,73	31872,96
2004	36100,84	7171,087	34491,09	33976,49
2005	42202,07	9970,774	34596,16	37236,89
2006	49184,12	12444,31	36886,32	39138,36
2007	55932,2	16234,44	37470,85	40013,23

Экспоненциальная линия тренда для числа занятых $L(t)$, рассчитанная согласно данным табл. 1-2, может быть представлена в виде:

$$L(t) = 2,170 \cdot (t - 2000)^2 - 19,24 \cdot (t - 2000) + 746,2. \quad (6)$$

Найдены линии тренда для индексов относительных цен согласно данным таблицы 1 (как среднеквадратическое отклонение расчетных и статистических значений).

$$r(t) = 0,934e^{-0.01(t-2000)}, \quad (7)$$

$$s(t) = 1,036e^{-0.02(t-2000)}, \quad (8)$$

$$p(t) = 1,032e^{-0.03(t-2000)}. \quad (9)$$

В (7)-(9) условие нормировки соблюдается.

Среднее значение отношения объема инвестиций в основной капитал к сумме ВРП и импорта с 2001 по 2007 год остается практически постоянным:

$$\sigma = 0.0823 \pm 0.0468$$

(первая цифра - среднее значение, вторая - среднеквадратичное отклонение). Для периода с 2001 по 2007 год доли δ экспорта в ВРП

$$\delta = 0.8290 \pm 0.1105$$

Параметр ρ отношения импорта к остатку от ВРП, после вычета из него объема экспорта с 2001 по 2007 год

$$\rho = 5.2583 \pm 3.3328$$

В первом приближении при определении параметров модели можно взять только средние значения параметров $\gamma, \sigma, \delta, \rho$ и использовать выражения (6)-(9).

4. Параллельные вычисления в идентификации параметров модели

Для идентификации модели и нахождения оптимальных значений параметров нужно сравнивать выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами 2001 – 2007 гг. Временные ряды считаются похожими, если они близки как функции времени (другими словами, между значениями временных рядов существует сильная, возможно нелинейная, связь). Поскольку длины статистических временных рядов, которым мы доверяем, здесь составляют шесть значений, будем использовать коэффициент корреляции Пирсона $D(X, Y)$, который является мерой силы и направленности линейной связи между сравниваемыми временными рядами X , Y , и чем он ближе к +1, тем более схоже поведение этих рядов. При этом следует учитывать, что инфляционная составляющая может преувеличивать линейную связь рядов, поэтому при использовании коэффициента корреляции нужно сравнивать показатели в реальных величинах.

Индекс Тейла $E(X, Y)$ измеряет несовпадение временных рядов X_t и Y_t и чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды. Для удобства проведения расчетов, вместо индекса Тейла будем использовать коэффициент близости $U(X, Y) = 1 - E(X, Y)$. Чем выше он (чем ближе он к единице), тем более близки ряды.

$$U(X, Y) = 1 - \frac{\sqrt{\sum_{t=1}^n (X_t - Y_t)^2}}{\sqrt{\sum_{t=1}^n X_t^2 + \sum_{t=1}^n Y_t^2}}. \quad (10)$$

При сравнении экономических временных рядов используется индекс Тейла, а не среднеквадратическое отклонение. Это связано, например, с тем, что экономические показатели экспоненциально растут на режиме сбалансированного роста, и в экономике этот режим считается вполне нормальным, хорошим.

Для однозначности выбора оптимального варианта можно использовать ту или иную свертку коэффициентов близости $U(X, Y)$ и корреляции $D(X, Y)$, например, если подгонка расчетных и статистических данных для всех макропоказателей имеет примерно равную важность, можно максимизировать среднегеометрическую величину всех коэффициентов.

В формальной записи требуется найти максимум функционала

$$F(\vec{a}) \rightarrow \max_{\vec{a} \in A}, \quad (11)$$

где множество параметров задано на параллелепипеде

$$A = \{\vec{a} \in R^N : a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, 1 \leq i \leq N\}, \quad (12)$$

а функционал представляет собой среднегеометрическое всех критериев близости и корреляции

$$F(\vec{a}) = \sqrt[2m]{\prod_{j=1}^m D_j(\vec{a}) U_j(\vec{a})}. \quad (13)$$

Здесь m – число макропоказателей; j – номер макропоказателя, $j = 1, \dots, m$.

При этом следует оставлять для дальнейшего перебора только те варианты значений параметров, при которых коэффициенты близости и корреляции выше некоторых заданных положительных величин, например, $D_j > 0.5$, $U_j > 0.5$ ($j = 1, \dots, m$).

Для упрощения работы с моделью перейдем в выражениях для труда L_t , капитала K_t и выпуска Y_t к относительным величинам: l_t, k_t, y_t , соответственно.

$$l_t = \frac{L_t}{L_0}, \quad k_t = \frac{K_t}{K_0}, \quad y_t = \frac{Y_t}{Y_0}. \quad (14)$$

Начальные значения всех этих величин равны единице: $l_0 = k_0 = y_0 = 1$. Поскольку временной ряд для эффективного капитала, вовлеченного в процесс воспроизводства, мы считаем неизвестным, за счет его изменения мы можем добиться нужного роста выпуска, и поэтому для описания роста ВВП достаточно рассмотреть однородную производственную функцию. Тогда (1) и (14) дают

$$y_t = [al_t^{-b} + (1-a)k_t^{-b}]^{1/b}. \quad (15)$$

$$k_{t+1} = (1-\mu)k_t + \frac{\alpha\beta y_t}{p(t)}, \quad k_0 = 1. \quad (16)$$

В последнем уравнении введены обозначения

$$\alpha = \frac{Y_0}{K_0}, \quad \beta = \sigma(1 + \rho(1 - \delta)), \quad (17)$$

Основная задача данной работы – найти временной ряд для капитала, который наилучшим образом способствует близости временных рядов для макропоказателей, рассчитанных по модели, с их статистическими аналогами, представленными в таблице 1, поэтому численную реализацию идентификации (нахождения внешних параметров) модели мы начнем с варианта с наименьшим числом параметров. Будем считать следующие ниже параметры фиксированными: $L_0 = 734.3$; $Y_0 = 30000$, $\rho = 5.2583$, $\delta = 0.8290$, $\sigma = 0.0823$, а относительные цены заданными (7)-(9). Тогда $\beta = 0.1563$. При каждом заданном наборе параметров a, b, μ, α с помощью выражений (14) и (17) найдем искомые временные ряды макропоказателей Y_t, I_t, Q_t, J_t, E_t . Для сравнения близости расчетных временных рядов указанных макропоказателей с их статистическими аналогами вычисляются критерии корреляции и близости (для выпуска, потребления, инвестиций, импорта и экспорта Y_t, I_t, Q_t, J_t, E_t) за период 2001-2007 вычисляется свертка критериев (13).

Возможный интервал изменения оцениваемых параметров: $a \in (0,1)$, $b \in (-1,0)$, $\mu \in (-0.2,0.2)$, $\alpha \in (0,3)$. Для поиска параметров с помощью параллельных вычислений надо взять сетку по каждому из интервалов, устроить перебор всех возможных сочетаний, распараллелить этот перебор на доступное число процессоров. На каждом из процессоров отбросить варианты, в которых коэффициенты корреляции и близости меньше 0.5. Среди оставшихся вариантов выбрать вариант с наибольшим совокупным критерием $F(\bar{a})$, отправить его номер процессору-мастеру, вычислить самый большой критерий среди полученных от процессоров-рабочих и для него рассчитать все временные ряды, нарисовать графики, сравнивающие расчет со статистикой.

Программа была переписана со встроенного языка в системе MATLAB на язык C, чтобы ускорить выполнение работы по идентификации модели за счет высокоскоростных вычислений в системе LAM-MPI, установленной на кластерном суперкомпьютере Вятского государственного университета ИР НРС Enigma X000 «Татьяна». Для исполнения процедуры параллельного

перебора параметров при выборе наилучшего приближения используется интерфейс передачи сообщений MPI [4]. Для идентификации данной модели использовалось 24 доступных ядра кластера, время счета составило приблизительно 3 минуты, интервалы сетки изменяемых параметров составляли 0.01. На каждом процессе вычислялись векторы валового выпуска и индексы близости. Вариант с лучшим значением коэффициента близости отправлялся главному процессу, который выбирает лучший из лучших вариантов. Результаты — лучший коэффициент близости, параметры модели и время счета — выводятся главным процессором на экран. Параметры выбирались за счет сравнения расчетных и статистических временных рядов макропоказателей экономики Кировской области.

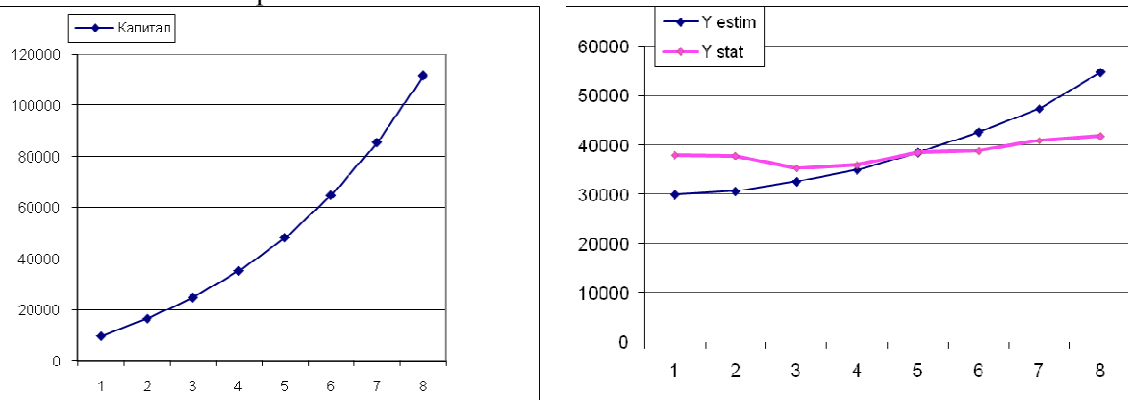


Рис.1. Результаты идентификации капитала K и выпуска Y

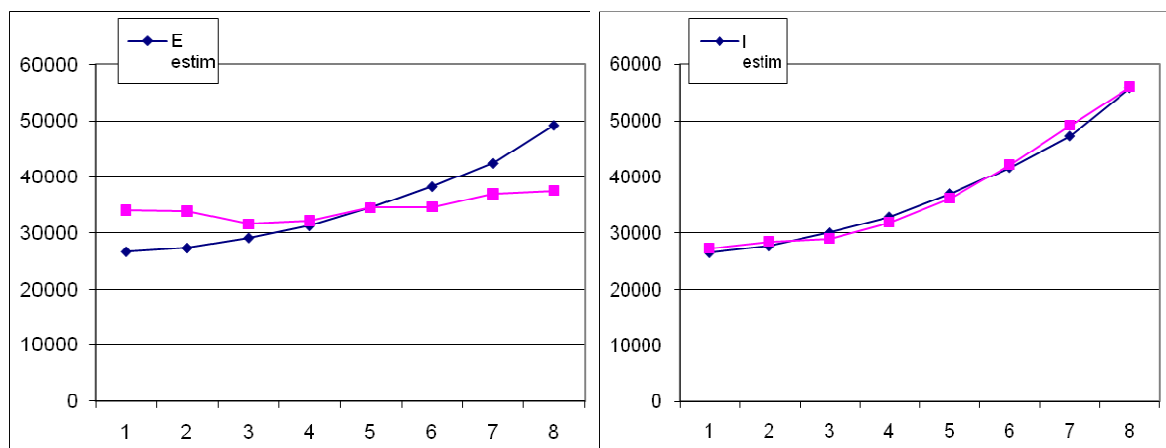


Рис.2. Результаты идентификации импорта I и экспорта E

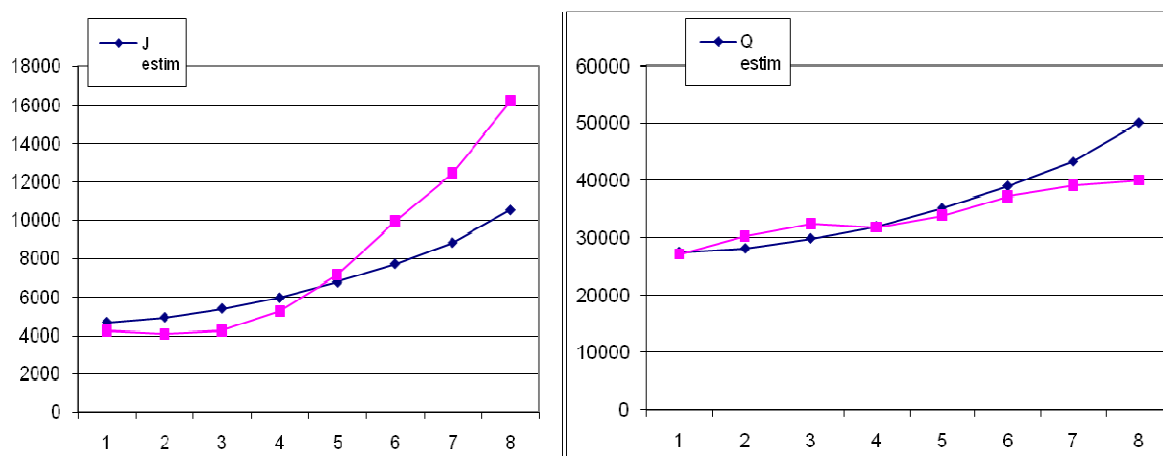


Рис.3. Результаты идентификации реальных инвестиций J и конечного потребления домашних хозяйств и государственных и общественных организаций Q .

Результаты идентификации представлены графически на рис.1-3. Численные результаты идентификации: $a = 0.918$, $b = -0.922$, $\mu = -0.2$, $\alpha = 3$. Тогда $K_0 = \frac{Y_0}{\alpha} = 10000$ млн. руб. 2000 г. Отрицательное значение параметра μ означает, что эффективный капитал прирастает намного быстрее, чем это обеспечивают инвестиции. Значит, в производство вовлекается старый капитал советского времени. Но объем его не безграничен. Можно оценить время его исчерпания. Допустим, что максимальный объем старого капитала, который может быть вовлечен без инвестиций в четыре раза превышает объем эффективного капитала в 2000 г. Тогда время T исчерпания старого капитала можно оценить следующим образом.

$$T = \frac{1}{|\mu|} \ln\left(\frac{K_T}{K_0}\right) = \frac{\ln 4}{0.2} \approx 7 \text{ лет.}$$

В конце 2007 г. исчерпается объем вовлекаемого старого капитала.

В базовом варианте прогноза считаем, что все параметры принимают значения, определенные при идентификации. Относительные индексы цен меняются в силу оценок (7)-(9). Предполагаем, что труд после 2007 г. прирастать не будет (так как, в силу демографических проблем, скорее всего, он не будет расти), $\gamma = 0$ после 2007 г. Считаем, что вовлечение старых мощностей завершится в 2008 г. Рассчитаем значение показателей до 2020 года.

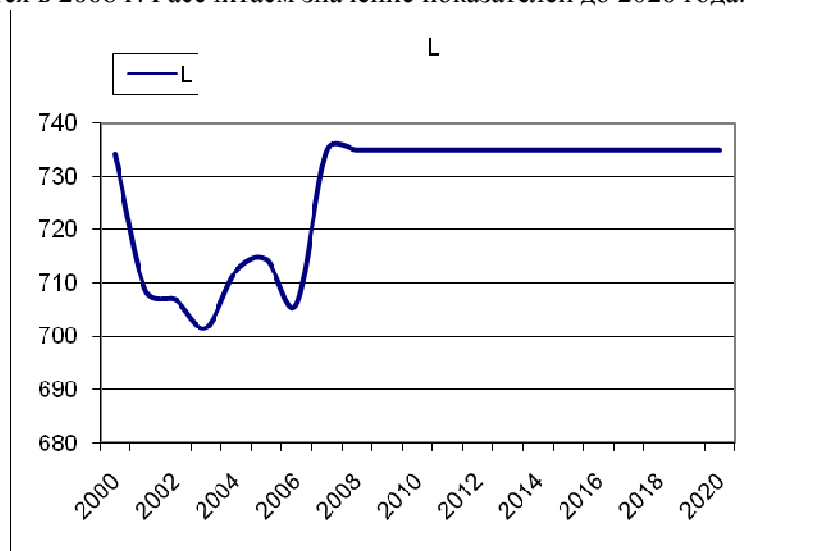


Рис.4. Графическое изображение труда L в базовом сценарии прогноза

В результате расчета получим оценку динамики капитала и выпуска для базового сценария.

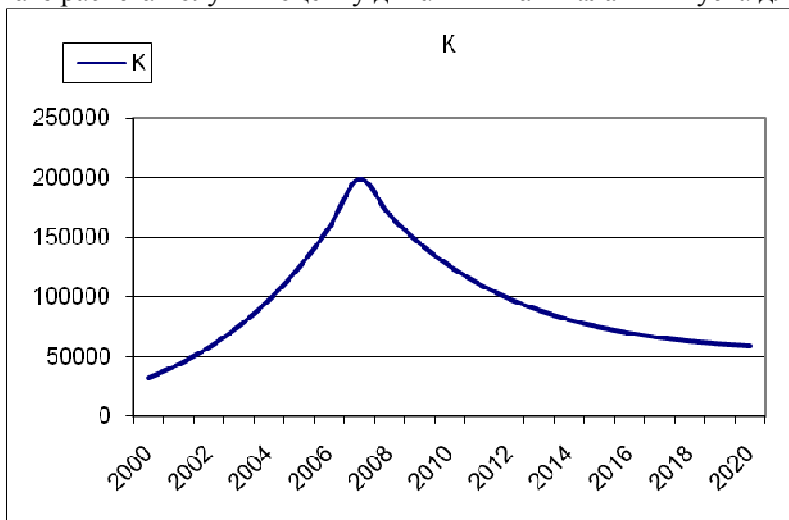


Рис.5. Прогноз динамики капитала K в базовом сценарии

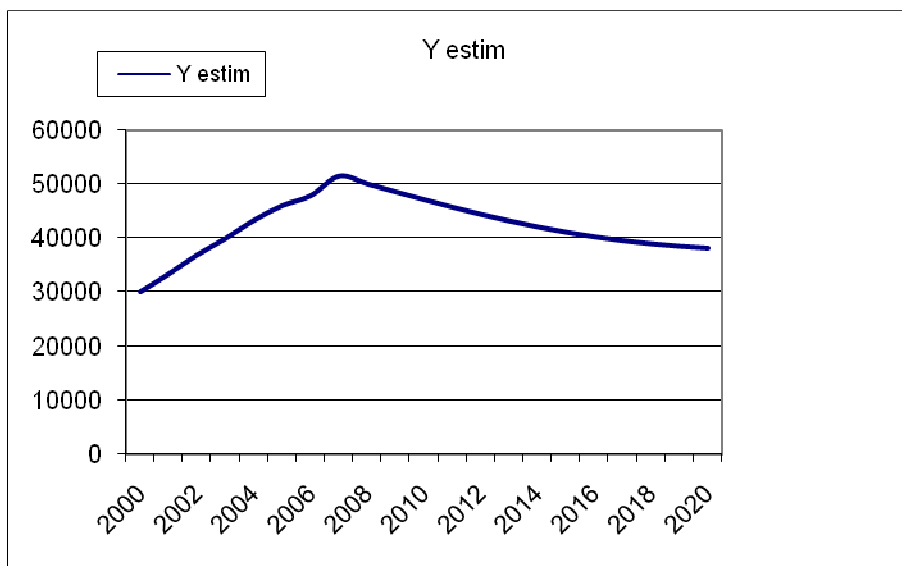


Рис.6. Прогноз динамики выпуска Y в базовом сценарии

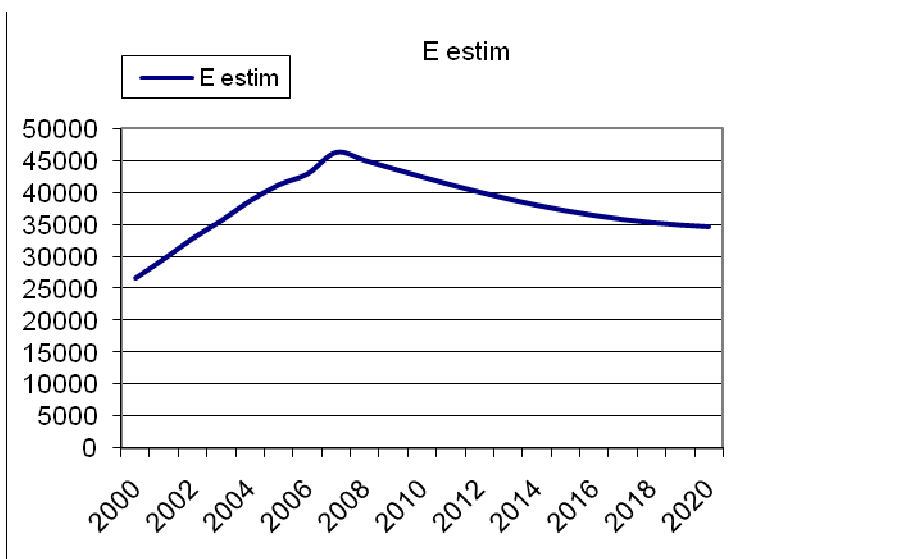


Рис.7. Прогноз динамики экспорта E в базовом сценарии

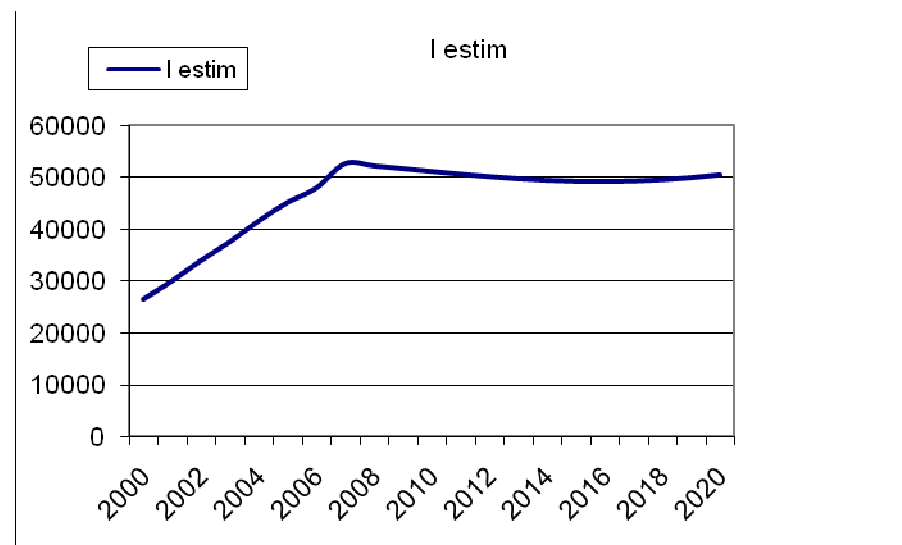


Рис.8. Прогноз динамики импорта I в базовом сценарии

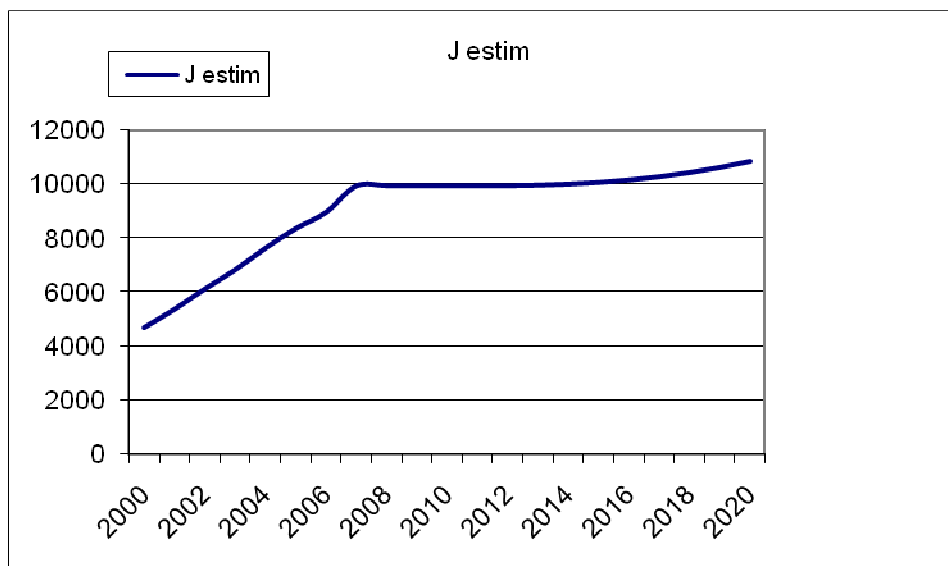


Рис.9. Прогноз динамики инвестиций J в базовом сценарии

Можно рассмотреть и оптимистический вариант.

В последнее время происходят изменения в экономической политике.

Предположим, что эти изменения начались в 2000 г. и рост экономики идет за счет научно-технического прогресса (НТП), имитации лучших зарубежных образцов, осуществления собственных инноваций. Таким образом, предполагаем существование возрастающей отдачи на используемые производственные факторы. Формально это выражается тем, что производственная функция будет однородной степени $c > 1$.

$$Y(t) = Y_0 \left[a(L/L_0)^{-b} + (1-a)(K/K_0)^{-b} \right]^{-c/b}, \quad (18)$$

Введение нового параметра приводит к тому, что темп амортизации капитала надо определять из каких-то внешних соображений. Определим темп амортизации из условия, что объем инвестиций в 2000 г. был равен объему амортизации капитала: $\mu = \alpha\beta = J_0/K_0$.

Считаем, что, несмотря на демографические проблемы, численность людей занятых в экономике в пересчете на простой труд продолжает расти за счет повышения в экономике, основанной на НТП, уровня используемого в производстве человеческого капитала. По-прежнему считаем, что индексы относительных цен меняются по заданным функциям (таким же, как и в базовом сценарии).

Результаты идентификации параметров в оптимистическом варианте: $a = 0.7094$, $b = 0.0438$, $\mu = 0.2$, $\alpha = 1.9919$, $\gamma = 3$, $K_0 = 15061$ млн.руб. Оценка начального значения капитала получается приблизительно такой же, как в базовом варианте.

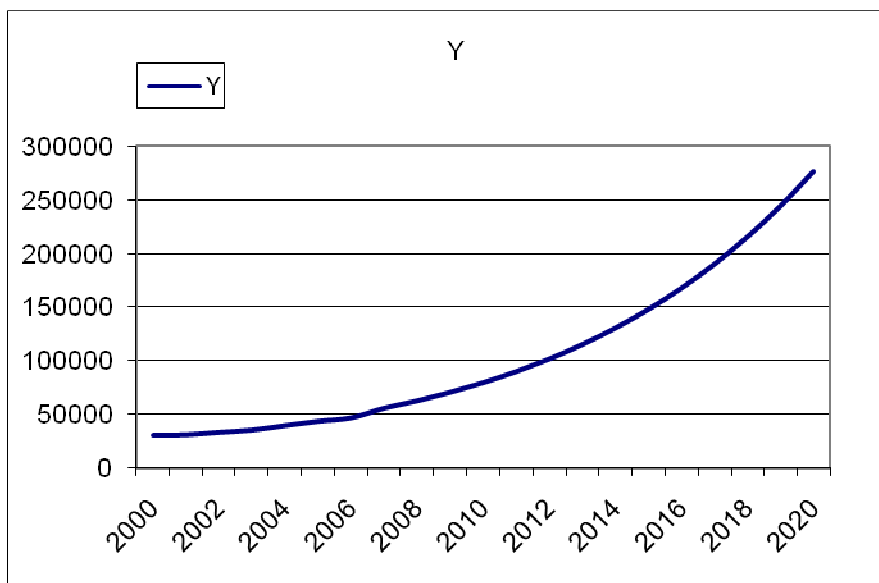


Рис. 10. Прогноз динамики выпуска Y в инновационном сценарии

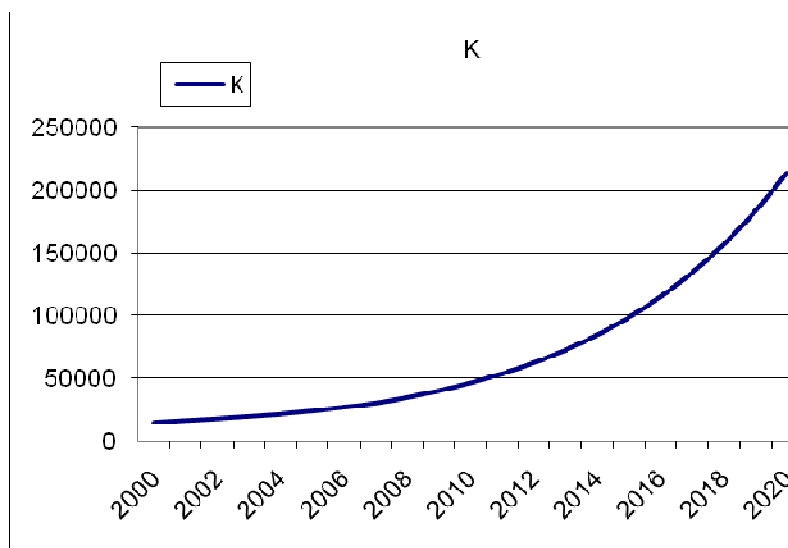


Рис. 11. Прогноз динамики капитала K в инновационном сценарии

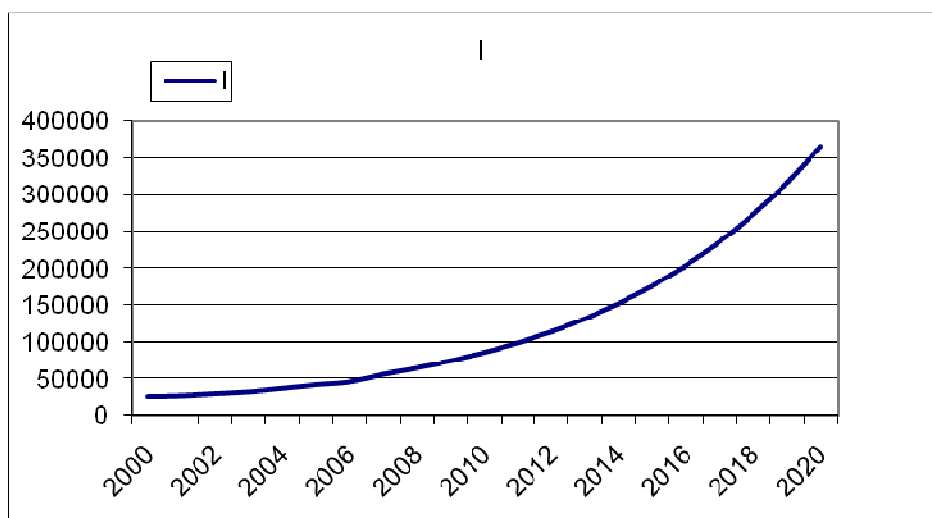


Рис.12. Прогноз динамики импорта I в инновационном сценарии

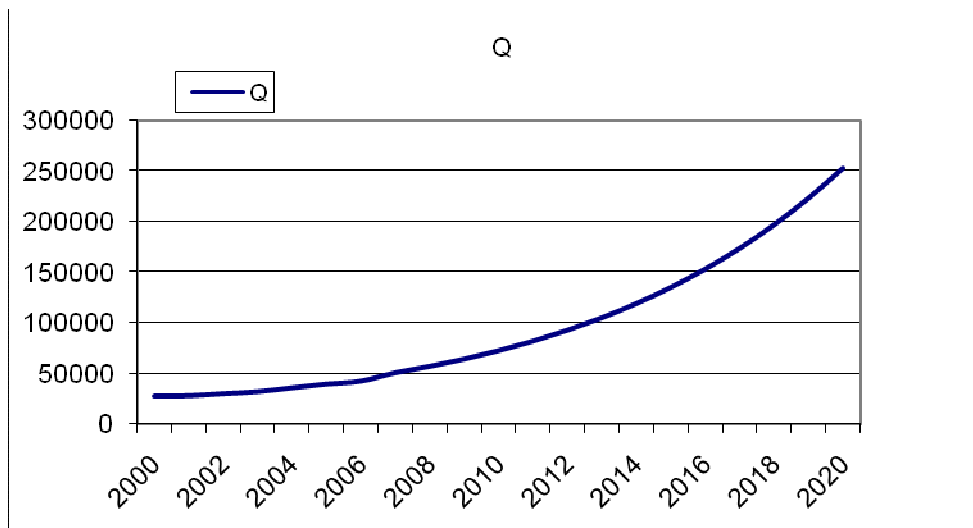


Рис.13. Прогноз динамики потребления в инновационном сценарии

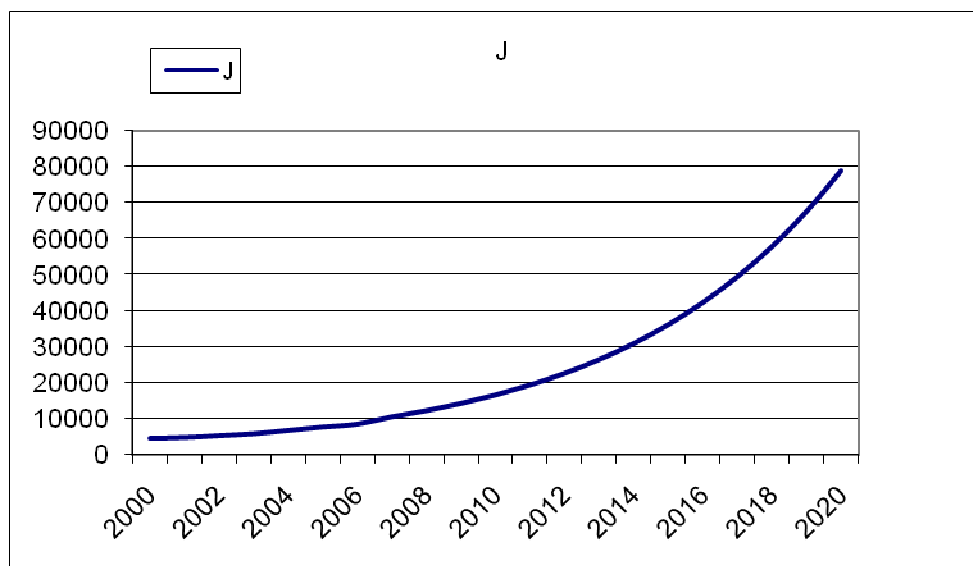


Рис.14. Прогноз динамики инвестиций в инновационном сценарии

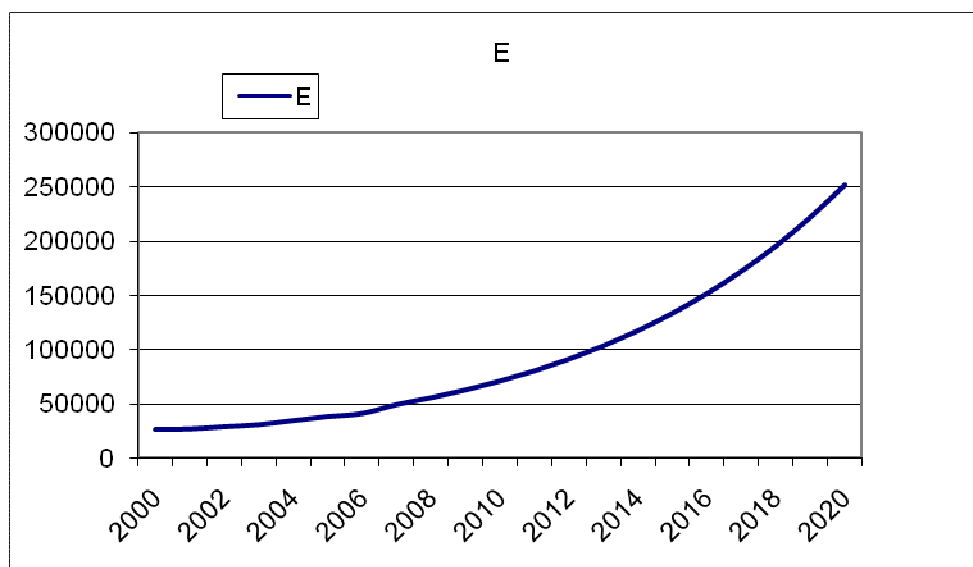


Рис.15. Прогноз динамики экспорта в инновационном сценарии

В инновационном сценарии все показатели растут экспоненциально.

Получены первые обнадеживающие результаты, позволяющие использовать программу в дальнейших расчетах. Получена оценка эффективного капитала, реально используемого в процессе областного воспроизводства. Рассчитаны два возможных сценария развития экономики Кировской области: базовый и инновационный. Предложенная модель не позволяет дать конкретный прогноз развития экономики, но позволяет сделать предположение о благоприятном развитии региона. Кроме того, использование достижений научно-технического прогресса приведет к ощутимым результатам.

Литература

1. Оленев Н.Н., Фетинина А.И. Идентификация простейшей динамической модели экономики Кировской области // Сб.тр. III Всерос. научн. конф. «Математическое моделирование развивающейся экономики, экологии и биотехнологий». ЭКОМОД-2008. Киров: ВятГУ, 2008. (в печати)
2. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в MATLAB при моделировании экономики // Сб. тр. II Всероссийской научн. конф. с молод. научн. шк. «Математическое моделирование развивающейся экономики», посв. 90-летию со дня рожд. акад. Н.Н. Моисеева (ЭКОМОД-2007). Киров: ВятГУ, 2007. С.159-173.
3. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
4. Оленев Н.Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. М.: ВЦ РАН. 2005. 80 с.
5. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в идентификации динамических моделей экономики // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008): Тр. межд. науч. конф. (Санкт-Петербург) – Челябинск: Изд. ЮУрГУ, 2008. –С.207-214.