Моделирование взрыва сверхновой звезды на многопроцессорных ЭВМ.

Г.С. Бисноватый-Коган, С.Г. Моисеенко, Б.П. Рыбакин, Г.В. Секриеру.

В работе приводятся результаты математического моделирования взрыва сверхновой звезды. Взрыв сверхновой – это уникальное явление во Вселенной. Объяснение и моделирование такого взрыва интересная и одна из наиболее сложных задач современной астрофизики.

Построение математических и численных моделей астрофизических явлений, таких как коллапс сверхновых звезд, требует создания двух и трехмерных сеток с большими вариациями размеров ячеек [1]. Для получения достоверных результатов необходимо иметь разностную сетку с хорошим разрешением. В центре коллапсирующего объекта находится сверхплотное вещество с плотностью порядка 10^{14} кг/м^3. Самым эффективным решением указанной проблемы является введение адаптивно уточняемой сетки (AMR, Adaptive Mesh Refinement) [1,2]. Применение AMR позволяет исследовать процесс с желаемой степенью точности в областях со сложной геометрией или большими градиентами. AMR позволяет уменьшить общее число расчетных ячеек и, соответственно, время расчета без существенного ухудшения точности численного решения. Технология AMR основана на использовании иерархической структуры ячеек (подсеток). При этом каждому уровню иерархии соответствует свой уровень пространственного и временного разрешения. Особенностью такой организации является возможность локально динамическим образом добавлять ячейки в сетку в зависимости от сложности картины течения в данной точке расчетной области в данный момент времени.

На начальной стадии коллапса образование ударной волны связано с вкладом нейтрино. Численное моделирование сферически симметричного одномерного случая показывает, что образующаяся ударная волна появляется на расстоянии 10 – 30 км от центра, проходит 100 – 200 километров и останавливается. При этом не происходит взрыва. Дальнейшие исследования этой задачи проводились в двух и трехмерных случаях с учетом вклада нейтрино. Эксперименты, проведенные по этим моделям, показали, что этот механизм не обеспечивает достаточной энергии для взрыва сверхновой. Недавно проведенные исследования, в которых нейтринные потоки моделировались решением уравнения Больцмана [3], также не дали достаточной для взрыва энергии.

В работе [4] был предложен механизм магниторотационного взрыва сверхновой. Основной идеей магниторотационного взрыва является учет перехода энергии вращающегося магнитного поля в радиальную кинетическую энергию взрыва. Во время коллапса различные слои звезды вращаются с разными угловыми скоростями. Такое дифференциальное вращение приводит к появлению и усилению тороидальных компонент магнитного поля. Рост напряженности магнитного поля приводит к усилению давления. Вблизи области экстремального магнитного давления появляется волна сжатия. Эта волна начинает двигаться от центра по быстро спадающей плотности вещества. За достаточно короткое время это приводит к появлению быстрой магнитогидродинамической ударной волны. Когда ударная волна достигает поверхности коллапсирующей звезды, она выбрасывает ее вещество. Этот выброс можно интерпретировать как взрыв сверхновой звезды [5].

Моделирование магниторотационного взрыва сверхновой звезды в одномерной постановке было сделано в работах [6,7]. В одномерном случае звезда может быть представлена как бесконечный цилиндр (рис.1). Были использованы уравнения идеальной магнитной гидродинамики с самогравитирующем веществом в лагранжевой системе координат. Начальное магнитное поле имело только радиальную компоненту. Дифференциальное вращение привело к появлению и усилению тороидальной компоненты магнитного поля. Численное моделирование магниторотационного взрыва сверхновой в одномерной постановке показывает, что дифференциальное вращение тороидального поля приводит к появлению МГД ударных волн, движущихся к поверхности звезды. Часть вещества выбрасывается этими ударными волнами. Количества выделенной энергии $\approx 10^{51}$ эрг достаточно для объяснения взрыва сверхновой звезды. Одномерное моделирование процесса коллапса показывает, что время эволюции магниторотационного взрыва t_{expl} зависит от отношения начальных значений магнитной E_{mag} и гравитационной E_{grav} энергии $\alpha = E_{mag}/E_{grav}$ как $t_{expl} \sim 1/\surd\alpha$. Это означает, что для реалистических значений величины магнитного поля $\alpha \approx 10^{-8}$ t_{expl} время взрыва становится значительно больше. Параметр α характеризует жесткость МГД уравнений описывающих магниторотационный взрыв сверхновой. Малые значения параметра α являются одной из основных трудностей для численного исследования взрыва сверхновой. С физической точки зрения малые значения α означает существование двух значительно различающихся временных шкал. Очень маленькие значения акустической временной шкалы и очень большой шкалы возникновения и эволюции магнитных полей.

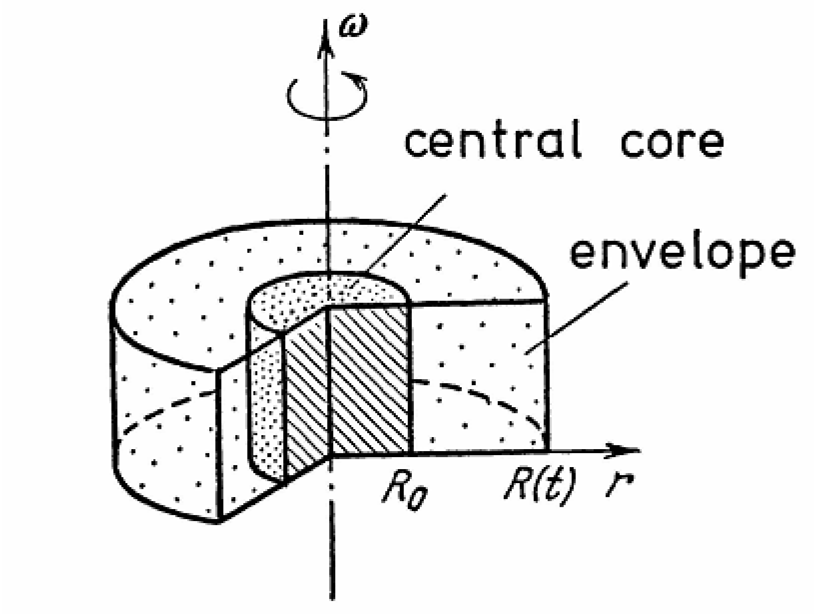

Рис 1.

Моделирование взрыва сверхновой звезды в двумерной постановке дает более реалистическую картину течения, чем одномерное. Первое двумерное моделирование коллапса вращающейся звезды с учетом магнитного поля было сделано в работе [8]. Величина магнитного поля в работе была нереалистично большой. Дифференциальное вращение и большое значение магнитного поля привело к формированию аксиального выброса вещества.

В двумерном случае, коллапсирующая звезда представлена как сфера в начальный момент времени. Основные уравнения магнитной гидродинамики с условием самогравитации в лагранжевых переменных можно представить в виде:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dx}{dt} = v, \\
&\frac{d\rho}{dt} + \rho\nabla\bullet v = 0, \\
&\rho\frac{dv}{dt} = -grad(P + \frac{H\bullet H}{8\pi} + \frac{\nabla\bullet(H\otimes H)}{4\pi} - \rho\nabla\Phi, \qquad (1)\\
&\rho\frac{d}{dt}(\frac{H}{\rho}) = H\bullet\nabla v, \qquad \Delta\Phi = 4\pi G\rho, \\
&\rho\frac{d\varepsilon}{dt} + P\nabla\bullet v + \rho F(\rho,T) = 0, \\
&P = P(\rho,T), \qquad \varepsilon = \varepsilon(\rho,T),
\end{aligned}
$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \bullet \nabla$ есть полная производная по времени, x=(r, φ, z), $v=(v_r,v_\varphi,v_z)$ есть вектор скорости, ρ - плотность, P – давление, H - вектор магнитного поля,Φ - гравитационный потенциал, $H \otimes H$ - тензор второго ранга и F(ρ,T) – отношение определяющее нейтринные потери. r, φ, и z лагранжевые координаты, то есть $r=r(r_0,\varphi_0,z_0,t)$, $\varphi=\varphi\ r(r_0,\varphi_0,z_0,t)$ и $z=z\ r(r_0,\varphi_0,z_0,t)$, где r_0, φ_0 и z_0 начальные координаты материальной точки вещества.

В данной работе рассматривается моделирование магниторотационного взрыва сверхновой звезды в трехмерной постановке. Трехмерная модель коллапса наиболее реалистична и не имеет ограничений, связанных с допущениями, принятыми в 1D и 2D моделях. Трехмерные модели позволяют моделировать магниторотационный взрыв сверхновой в случаях, когда оси вращения и оси дипольного магнитного поля (если диполь берется как начальное значение магнитного поля) не совпадают. Использование численных методов, применяемых для моделирования двумерного случая, приводит в трехмерном случае к большим проблемам. В двумерном случае вещество звезды сжимается в направлении φ. Для моделирования взрыва протонейтронной звезды необходимо просчитать сотни и тысячи циклов вращения. Вращение вещества протонейтронной звезды происходит очень дифференцировано. Если трехмерная лагранжевая сетка содержит тетрагональные элементы, то сетку приходится перестраивать на каждом шаге по времени. Перестройка сетки приводит к переинтерполяции сеточных функций на новую сеточную структуру. Частая перестройка и переинтерполяции сеточных функций приводит значительному возмущению решения магнитогидродинамических уравнений с самогравитацией.

В данной работе используются численные методы решения уравнения (1) на эйлеровой сетке. Решение магнитогидродинамических уравнений производится с помощью метода PPM (Piece Parabolic Methods), основанного на методе Римана для эйлеровых переменных. Для решения уравнений, позволяющих моделировать магниторотационный взрыв сверхновой звезды, необходимо точно вычислять гравитационный потенциал, с помощью уравнения Пуассона $\Delta\Phi = 4\pi G\rho$. Процедура вычисления гравитационного потенциала требует значительного времени (до 40% компьютерного времени на каждом временном шаге).

Развитие микропроцессорной технологии привело к появлению многоядерных процессоров, поддерживающих SMP (simultaneous multiprocessing architectures) архитектуру. Все основные поставщики процессоров перешли на выпуск процессоров с несколькими ядрами. Для эффективного использования таких процессоров необходимо разрабатывать соответствующие параллельные алгоритмы. Такими алгоритмами, применительно к задачам гравитационного коллапса, являются задачи решения уравнений Пуассона на больших хорошо структурированных адаптивных сетках. В алгоритмах решения уравнений Лапласа, Пуассона, Гельмгольца основные операции повторяются рекурсивно, последовательно приближаясь к решению. Поэтому очень важно правильно организовать размещение данных и вычисления на многоядерных процессорах.

В данной работе для решения уравнения Пуассона в трехмерной постановке использовались методы Гаусса – Зейделя, красное – черное и последовательной сверхрелаксации (SOR). Два последних алгоритма не очень хорошо распараллеливаются на SMP системах с использованием технологии OpenMP. Это связано с тем, что в этих методах существует сложные внутренние зависимости, которые не позволяют эффективно использовать кэш память. Обычный алгоритм Гаусса – Зейделя (ГЗ) лучше использует кэш память, чем алгоритм красное – черное и SOR, так как данные в алгоритме ГЗ расположены в последовательном порядке и данные могут загружаться по мере необходимости [9].

Для численного моделирования подобных явлений необходимо построить подходящую разностную сетку. Существует несколько подходов для построения трехмерной сетки для моделирования астрофизических задач – метод неструктурированных ячеек Дирихле, методы частиц в ячейках метод AMR и т.д. Наиболее подходящим методом построения сеток для решения трехмерной задачи коллапсирующей звезды является метод AMR (Adaptive Mesh Refinement) – метод адаптивного уточнения разностной сетки [10,11]. Метод основан на использовании ячеек прямоугольной или квадратной формы в эйлеровой системе координат. Ячейки разностной сетки автоматически измельчаются в области ударных волн, зон больших градиентов, около геометрических или иных особенностей течения. Использование эйлеровой сетки обеспечивает хорошую интерполяцию исходных уравнений и не требует перестройки сетки и переинтерполяции сеточных функций.

Плотность коллапсирующей звезды меняется на много порядков – от 10^{14} кг/м^3 в центре нейтронной звезды до плотности разреженного газа на границе оболочки звезды. Поэтому необходимо создать сетку, размер ячеек которой зависит от плотности, то есть в центре ячейки должны иметь небольшой размер, и по мере удаления от центра они должны увеличиваться в размере. Построить такую сетку можно с помощью механизма AMR. После построения сетки необходимо объединить ячейки одного уровня разбиения в заплаты (patch). Эти заплаты могут содержать несколько сотен или тысяч ячеек сетки. Таким образом, получается иерархическая сетка для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Иерархия этой сетки очень сложная и использует различные уровни измельчения сетки от самого грубого уровня Lo, до самого тонкого уровня Lmax (Lo ≤ L ≤ Lmax). Каждый уровень представляет собой набор, состоящий из заплат различного размера. Кроме того, разбиение расчетной области может меняется со временем. Самый грубый уровень Lo представляет собой прямоугольный параллелепипед, который содержит в себе все остальные уровни. Кроме того, предполагается, что все остальные уровни тоже строго вложены друг в друга. В данной работе предложен параллельный алгоритм для такой иерархической структуры, основанный на использовании OpenMP для решения трехмерных уравнений Пуассона на адаптивных сетках.

Задача решения уравнения Пуассона может быть представлена в виде $\Delta u = f$, in

$$\Omega = [0,1]^3$$

$$u = 0 \text{ on } \partial\Omega. \qquad (2)$$

Стандартный разностный оператор для решения уравнения Пуассона $\Delta u = 4\pi G\rho = f$ методом Гаусса - Зейделя можно записать в виде:

$$u^{n+1}{}_{i,j,k} = \frac{1}{6}(6u^{n}{}_{i,j,k} - u^{n}{}_{i+1,j,k} - u^{n+1}{}_{i-1,j,k} - u^{n}{}_{i,j+1,k} - u^{n+1}{}_{i,j-1,k} - u^{n}{}_{i,j,k+1} - u^{n+1}{}_{i,j,k-1} + h^2 f_{i,j,k}) \quad (3)$$

Здесь $u^{n+1}{}_{i,j,k}$ значение на новом временном слое, $u^{n}{}_{i,j,k}$ - значение функции на предыдущем временном слое, h – длина шага на однородной сетке, i,j,k –индексы ячейки для всех N^3 ячеек сетки. Уравнение (3) дает различные результаты, в зависимости от направления вычислений. Будем предполагать, что вычисления проводятся по направлению возрастания значений i,j,k, то есть в лексикографическом порядке. Распараллеливание осуществлялось с помощью OpenMP для MS Visual Studio 2005. Проведенные вычисления показали, что использование метода Гаусса – Зейделя для адаптивных уточняемых сеток дает лучшее быстродействие по сравнению с методом красное – черное и SOR. Метод Гаусса – Зейделя затрачивает на межпроцессорные коммуникации больше времени, чем метод красное – черное, однако лучшее использование кэш памяти приводит к большему быстродействию. Были проведены вычисления для различных значений N методами Гаусса – Зейделя и красное – черное. Расчеты, проведенные по методу Гаусса – Зейделя требуют приблизительно на 34 % времени меньше, чем расчеты, проведенные по методу красное – черное. Дальнейшие исследования планируется провести на кластере ИМИ с четырехядерными процессорами Intel 5310.

Данная работа выполнена в рамках гранта 06.02CRF между Институтом Космических Исследований АН России и Институтом Математики и Информатики АН Молдовы.

Литература:

[1] M. Berger, P. Collela. Local adaptive mesh refinement for magnitohydrodynamics. T. Comp. Phys. (1989), 64.

[2] D.Balsara, C.Norton. Highly parallel structured adaptive mesh refinement using parallel language-based approach. Parallel Computing, vol. 27, 2001.

[3] G.S., Bisnovatyi-Kogan. 1970, Astron. Zh. 47, 813

[4] Buras R., Rampp M., Janka H.Th., Kifonidis K., 2003, Phys.Rev.Lett. 90, 241101

[5] G.S Bisnovatyi-Kogan, S.G.Moiseenko, D.P. Rybakin, G.V. Secrieru. Modelling of explosive magnetorotational phenomena: from 2D to 3D. Buletinul ACM, Mathematica N.3, 2007, pp. 113-122
[6] Ardelyan N.V., Bisnovatyi-Kogan G.S., Popov Yu.P., 1979, Astron. Zh. 56, 1244
[7] Bisnovatyi-Kogan G.S., Popov Yu.P., Samochin, A.A., 1976, Astrophys. and Space Sci. 41, 321
[8] Leblanc L.M., Wilson J.R. 1970, ApJ 161, 541.
[9] D. Wallin, H. Lof, E. Hagersten, S. Holmgren. Multigrid and Gauss-Seidel Smoothers Revisited: Parallelization on Chip Multiprocessors. ICS06, June 28-30, Cairns, Queensland, Australia.
[10] W.Y. Crutchfield, M.L. Welcome. Object – Oriented Implementation of Adaptive Mesh Refinement Algorithms. Journal of Scientific Programming, 2(4):145-156, 1993.
[11] C. Rendlman, V. Beckner, M. Lijewski, W. Crutchfield, J. Bell. Parallelization of Structured, Hierarchical Adaptive Mesh Refinement Algorithms. Lawrence Berkeley National Lab. 1999.